Kohärent-optische Verfahren zur Untersuchung kurzer Stoßwellen bei akustisch erzeugter Kavitation

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von
Ernst Brinkmeyer
aus Lemgo

Göttingen 1976

Kohärent-optische Verfahren zur Untersuchung kurzer Stoßwellen bei akustisch erzeugter Kavitation

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von
Ernst Brinkmeyer
aus Lemgo

Göttingen 1976

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

D 7

Referent : Prof. Dr. M.R. Schroeder
Korreferent: Priv.Doz. Dr. W. Lauterborn

Tag der Mündlichen Prüfung: 4. 11. 1976

Inhaltsverzeichnis

Seite

1. Einführung 1

2. Erzeugung der Kavitationsblasen und Grundlagen für die optische Registrierung der Stoßwellen 4

3. Kohärent-optisches Meßverfahren mit photoelektrischer Registrierung 9

3.1. Grundzüge der Meßapparatur 9

3.2. Grundlagen der Fourieroptik 10

3.3. Verfahren zur Raumfrequenzfilterung 14

3.3.1. Dunkelfeldverfahren 15

3.3.2. Phasenkontrastverfahren 16

3.3.3. Schlierenverfahren 18

3.3.4. Amplitude-Substraction-Verfahren 19

3.3.5. Vergleich der beschriebenen Methoden zur Raumfrequenzfilterung 20

3.4. Bewegte Phasenobjekte, Einfluß des Doppler-Effektes 22

3.5. Dünne Phasenobjekte und Raman-Nath-Bedingung 25

3.6. Raman-Nath-Bedingung für die untersuchten Kavitationsstoßwellen 29

3.7. Anforderungen an die Apparatur und experimentelle Einzelheiten 30

4. Meßergebnisse 35

4.1. Ebene Ultraschallwelle als Testobjekt 35

4.2. Messungen an Kavitationsstoßwellen und Ergebnisse 37

5. Verfahren zur Bestimmung der wesentlichen Stoßwellenparameter aus dem Beugungsbild 42

5.1. Meßapparatur zur Aufnahme der Beugungsbilder 42

5.2. Theoretische Form der von Kavitationsstoßwellen erzeugten Beugungsbilder 44

5.3. Auswertung der Beugungsbilder und Ergebnisse 48

Seite

6. Simultane Messungen mit beiden Verfahren und Vergleich der Ergebnisse 57

7. Diskussion der Meßergebnisse 61

8. Qualitative Beschreibung der Entstehung des Kavitationsgeräusches 65

9. Zusammenfassung und Schlußbemerkungen 75

10. Literaturverzeichnis 77

1. Einführung

Die Frage nach Breite und Stärke der von implodierenden Hohlräumen in Flüssigkeiten ausgesandten Druckimpulse stellt seit den grundlegenden Arbeiten von Rayleigh /1/ einen wesentlichen Teil der Forschung auf dem Gebiet der Kavitation dar, zumeist unter dem Gesichtspunkt der kavitationsbedingten Materialzerstörung. Beispielsweise beschrieben Möller und Schoch /2/ 1941 sowohl optische wie auch Mikrofonmessungen zu diesem Problem; sie konnten jedoch kaum mehr als vage qualitative Aussagen machen. Zwischen 1956 und 1960 veröffentlichten Ellis /3/, Sutton /4/, Jones und Edwards /5/ Arbeiten, in denen sie die Dauer der Impulse mit einigen Mikrosekunden entsprechend Pulsbreiten von einigen Millimetern angaben, bei Spitzenwerten für den Druck von etwa 10 kbar. Kuttruff und Radek /6/ fanden 1969 mit einer schlierenoptischen Methode minimale Impulsdauern von 300-400 nsec, mit Mikrofonmessungen von etwa 100-200 nsec. Die Druckwerte lagen in demselben Bereich, also auch etwa bei 10 kbar. Durch Verbesserung der Mikrofone ergaben sich bei Radek /7/ 1972 Anstiegszeiten von 10 nsec und darunter.

Die Versuchsbedingungen zur Erzeugung der Kavitation sind bei verschiedenen Autoren teilweise recht unterschiedlich, so daß die Meßergebnisse nur schwer miteinander verglichen werden können. Verwendet werden akustische Methoden mit piezoelektrischen Zylindern oder Masonhörnern /4,6,7/, Unterwasserfunken /5/ und neuerdings auch ein von Lauterborn /8/ beschriebenes Verfahren, bei dem Riesenimpulse aus einem gütegeschalteten Rubinlaser in die Flüssigkeit fokussiert werden. Trotz der damit verbundenen Schwankungsbreiten in den Resultaten zeigt sich doch, daß das räumliche und zeitliche Auflösungsvermögen der Apparaturen in den älteren der genannten Arbeiten bei weitem nicht ausreichte, um die äußerst kurzen Stoßwellen richtig erfassen zu können.

Bei den optischen Methoden handelte es sich zumeist um mehr oder weniger modifizierte Schlierenverfahren, die zusammenfassend in der Arbeit von Schardin /9/ dargestellt sind. Da es sich bei den Stoßwellen um bewegte Objekte handelt, von denen man möglichst

Momentaufnahmen erhalten wollte, diente beispielsweise in /6/ ein Hochspannungsfunken als Lichtquelle. Obwohl die damit erreichte Belichtungszeit von 120 nsec für ein konventionelles Verfahren recht kurz erscheint, so beschränkt sie das Auflösungsvermögen doch auf diesen Wert; die Stoßwellen bewegen sich ungefähr mit Schallgeschwindigkeit (1,5 µm/nsec in Wasser), also während der Beleuchtung um etwa 0,2 mm. Prinzipiell ist diese Methode verbesserungsfähig, z.B. durch Verwendung kurzer Q-switch-Laserimpulse. Auch diese sind jedoch im allgemeinen, wie bereits durch /7/ gezeigt und in der vorliegenden Arbeit bestätigt wurde, mit 20-30 nsec immer noch zu lang. Möglich aber aufwendig erscheint die Ausnutzung einzelner Picosekundenimpulse aus einem modengekoppelten Laser. Nachteilig bei den Schlierenverfahren in Schardinscher Beschreibung bleibt jedoch die Tatsache, daß ihre Auswertung auf rein geometrisch-optischen Überlegungen basiert und damit die für kleine Objekte wichtigen Beugungserscheinungen vernachlässigt werden. Darüber hinaus ist die Auswertung relativ kompliziert und mathematisch wie physikalisch gesehen äußerst unelegant. Diese Art von Schlierenverfahren kann daher bei der Messung sehr kurzer Druckimpulse heutzutage nur als qualitative Methode angesehen werden, die einen guten Überblick über die Geometrie der Stoßwellen liefern kann.

Demgegenüber sind für quantitative Untersuchungen im allgemeinen Mikrofonmessungen vorzuziehen. Gewöhnliche Ultraschallwandler mit Grenzfrequenzen von 0,1 bis 1 MHz reichen jedoch bei den hier betrachteten Verhältnissen bei weitem nicht aus. Radek /7/ entwickelte Druckaufnehmer aus nur 15-30 µm dicken PZT-4-Scheibchen, die nach seinen Angaben ein Zeitauflösungsvermögen von 7 nsec zuließen. Sowohl die Herstellung dieser Mikrofone durch Dünnschleifen 1 mm dicker Substrate als auch die anschließende Eichung erwiesen sich als extrem kompliziert. Darüber hinaus ergaben sich Probleme durch ihre ausgeprägte Richtcharakteristik und durch die radiale Symmetrie der Kavitationsstoßwellen.

Mit der vorliegenden Arbeit sollten einerseits die Mikrofonmessungen von /7/ überprüft werden, andererseits ein möglichst einfaches und vielseitig verwendbares Untersuchungsverfahren mit noch größerem Auflösungsvermögen gefunden werden. Die entwickelte, kohärent-

optische Methode ist im äußeren Aufbau einem Schlierenverfahren Schardinscher Art sehr ähnlich und wird gelegentlich auch so bezeichnet werden. Als Lichtquelle dient ein Argon-Ionenlaser, durch dessen räumliche und zeitliche Kohärenz das Verfahren wellentheoretisch und in mathematisch geschlossener Form beschrieben werden kann. Darüber hinaus wird das bewegte Schlierenbild mit Hilfe eines mit einer Mikrolochblende abgedeckten Photomultipliers abgetastet; dadurch entfällt die Notwendigkeit, eine möglichst kurze Belichtungszeit anzustreben. Das auf diese Weise erreichte zeitliche Auflösungsvermögen lag bei etwa 2 nsec. Überprüft wurden die Ergebnisse durch ein zweites, weitgehend unabhängiges Verfahren, das sich auf die Analyse der durch die Stoßwellen hervorgerufenen Beugungsbilder bezog. Beide Methoden sind konventionellen optischen Methoden in der Auflösung um mehrere Größenordnungen überlegen und erscheinen auch für andere Objekte als die hier untersuchten Kavitationsstoßwellen gut geeignet zu sein. Sie zeichnen sich im übrigen durch einen vergleichsweise geringen Aufwand und durch einfache Handhabung aus.

Bezüglich der Interpretation der Meßergebnisse hinsichtlich des Kavitationsvorganges wurden neben den genannten experimentellen Arbeiten auch theoretische Abhandlungen /10-13,33/, die sich mit dem Kollaps sphärischer und nicht-sphärischer Blasen in Wasser sowie den dabei erzeugten Stoßwellen im umgebenden Medium befassen, vergleichend herangezogen.

Schließlich wurde der Versuch unternommen, das Zustandekommen des Kavitationsgeräusches, das seit Jahren in vielen Veröffentlichungen /14-18/ untersucht und gedeutet wird, an Hand der gewonnenen Ergebnisse von einer anderen Seite her zu beleuchten und qualitativ zu beschreiben.

2. Erzeugung der Kavitationsblasen und Grundlagen für die optische Registrierung der Stoßwellen

Die Kavitationsblasen, von denen die hier untersuchten Stoßwellen ausgehen, werden in konventioneller Weise durch ein intensives Ultraschallfeld erzeugt. Dabei wird ein Ultraschallwandler der Frequenz f_o = 21,5 kHz mit angesetztem Mason-Horn verwendet. Dieses Horn, das aus Messing gefertigt ist und als Schnelletransformator wirkt, hat eine Länge von L = 107 mm und verjüngt sich exponentiell im Durchmesser von d_o = 39,5 mm auf d_u = 2 mm. In erster Näherung muß solch ein Horn bei der gegebenen Frequenz und dem verwendeten Werkstoff eine Länge $L = \lambda/2$ haben. Da die Wellenlänge jedoch auch formabhängig ist, kann dies nur als Anhaltspunkt gelten. Die exakte Beziehung zwischen L und dem Verhältnis d_o/d_u von oberem und unterem Horndurchmesser bei einem Exponentialhorn findet man z.B. in dem Buch von Carlin /19/. Ungenauigkeiten in den Abmessungen werden bei dem hier benutzten System dadurch ausgeglichen, daß sich der Ultraschallsender innerhalb ±1 kHz automatisch auf Resonanz abstimmt.

Die Spitze des Horns tauchte bei unseren Experimenten etwa 1-2 cm in eine wassergefüllte Küvette ein. Kavitation entsteht nun prinzipiell so, daß die Flüssigkeit während einer Zugphase aufreißt, vorausgesetzt die Schwingeramplitude ist genügend groß. Die so entstandene Blase kollabiert darauf in oder kurz nach einer der folgenden Überdruckphasen, wobei kurze und starke radialsymmetrische Stoßwellen abgestrahlt werden. Der untere Durchmesser des Mason-Horns wurde mit d_u = 2 mm sehr klein gewählt, um die Kavitationsblasen möglichst genau lokalisieren zu können. Wie in Kapitel 3.7.näher erläutert werden wird, ist dies für die Messungen von Wichtigkeit. Darüber hinaus wurden auf diese Weise nur einzelne Blasen erzeugt. Dies war einerseits für das in Kapitel 5. beschriebene Meßverfahren wünschenswert, andererseits wurden die Verhältnisse dadurch so vereinfacht, daß aus der zeitlichen Folge der Stoßwellen eine qualitative Beschreibung der Entstehung des Kavitationsgeräusches abgeleitet werden konnte (vgl. Kapitel 8.).

Die Möglichkeit, Druckwellen in transparenten Medien optisch messen zu können, ergibt sich aus der Abhängigkeit des Brechungsindex n von der Dichte ρ gemäß der Formel von Lorentz-Lorenz

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} = \kappa\rho \tag{1}$$

wobei κ für das jeweilige Medium charakteristisch ist. Für Wasser hat dieser Parameter den Wert $\kappa = 0{,}2060\ cm^3/g$. Da die Dichte andererseits durch die Beziehung

$$\frac{p+B}{p_\infty+B} = \left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right)^m \tag{2}$$

mit dem Druck verknüpft ist (siehe z.B. /11/), reduziert sich damit das Problem der Druckmessung auf die Bestimmung des Brechungsindex. Für Wasser haben die Konstanten B und m näherungsweise die Werte B = 3000 bar und m = 7. p_∞ und ρ_∞ stellen die statischen Größen für Druck und Dichte dar. Es stellt sich heraus, daß der Zusammenhang zwischen Brechungsindex und Druck in weiten Bereichen annähernd linear ist. Der Differentialquotient $\sigma = \frac{dn}{dp}$ wird oft als piezooptischer Koeffizient bezeichnet. Für Wasser hat er den Wert $\sigma_w = 1{,}68 \cdot 10^{-5}\ bar^{-1}$.

Eine Möglichkeit, den Brechungsindexverlauf zu bestimmen, ergibt sich aus der Messung der Phasenverschiebung, die eine ebene, monochromatische Lichtwelle beim Durchgang durch das Medium erleidet. Eine monochromatische Lichtwelle der Frequenz ν kann in einer skalaren Theorie in der Form

$$u(x,y,t) = \mathrm{Re}\{U(x,y)\cdot\exp[-j2\pi\nu t]\} \tag{3}$$

dargestellt werden, wobei man $U(x,y) = A(x,y)\cdot\exp[j\varphi(x,y,)]$ als komplexe Amplitude, A(x,y) als reelle Amplitude und $\varphi(x,y)$ als ihre Phase bezeichnet. Für eine ebene Welle ist $\varphi(x,y) \neq \mathrm{const}$, wenn die Ausbreitungsrichtung senkrecht zur x-y-Ebene steht. Hat nun die einfallende Lichtwelle die komplexe Amplitude $U_e(x,y) = A(x,y)$, so ruft ein vollkommen transparentes, d.h. nicht-absorbierendes Medium, eine Phasenverschiebung $\phi(x,y)$ hervor.

Hinter dem Objekt erhält man somit - unter gewissen, in Kapitel 3.5 diskutierten Bedingungen - die Verteilung $U_a(x,y) = A(x,y)\cdot\exp[j\phi(x,y)]$. Der Zusammenhang zwischen $\phi(x,y)$ und $n(x,y,z)$ ist integraler Art

$$\phi(x,y) = \int kn(x,y,z)dz \tag{4}$$

Dabei bedeutet $k = 2\pi/\lambda$ die Wellenzahl des Lichtes im Vakuum und z seine Ausbreitungsrichtung. Die Messung dieser Phasenverschiebung ist prinzipiell durch interferometrische Methoden möglich, vorausgesetzt, man verwendet Licht hoher zeitlicher und räumlicher Kohärenz. Dies ist bei Annahme einer Welle der Form (3) in idealer Weise erfüllt. Bei realen Lichtquellen, speziell Lasern, muß daher danach gefragt werden, ob diese Idealisierung unter den experimentellen Gegebenheiten als sinnvoll gelten kann. Wir werden auf diese Frage später zurückkommen.

Wird die zu untersuchende Brechungsindexverteilung durch eine Schallwelle erzeugt, so hängt die Phasenverschiebung in einer dahinterliegenden Ebene offenbar auch entscheidend von den geometrischen Gegebenheiten ab, insbesondere etwa davon, ob es sich um eine ebene Welle, eine Zylinder- oder Kugelwelle handelt. Am einfachsten und übersichtlichsten liegen die Verhältnisse bei einer sich senkrecht zur Richtung des Lichtes ausbreitenden ebenen Welle. Dieser Fall wird in Kapitel 3.5. und 4.1. genauer behandelt werden. Auch Zylinderwellen, mit der Zylinderachse senkrecht zum einfallenden Licht, sind in diesem Sinne leicht zu analysieren, da sie wie ebene Wellen zu einer Phasenverschiebung ϕ führen, die nur von einer kartesischen Koordinate abhängt (diese steht senkrecht auf der Richtung des Lichtes und der Zylinderachse).

Die Kavitationsstoßwellen, die in dieser Arbeit untersucht werden sollen, stellen demgegenüber in sehr guter Näherung Kugelwellen dar, da sie von implodierenden Blasen ausgehen, deren Ausmaße beim Kollaps größenordnungsmäßig 1 µm betragen. Dies zeigen auch die Schlierenaufnahmen von Kuttruff und Radek /6/. Solche Kugelwellen kann man in anschaulicher Weise behandeln, indem man sie, wie in Abb. 1 gezeigt, in eine Vielzahl von Kugelschalen zerlegt

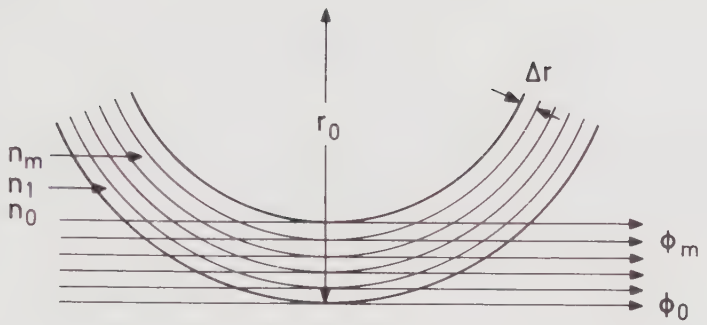


Abb. 1: Prinzipsskizze zur Berechnung des Brechungsindex n aus der Phasenverschiebung ϕ

innerhalb derer der Brechungsindex n als konstant angesehen werden kann. Die Berechnung der Phasenverschiebung $\phi(x,0)$ ist dann ein rein geometrisches Problem. Bezogen auf die konstante Phasenverschiebung ohne Stoßwelle ergibt sich für $\phi_m = \phi(x_m)$ die Beziehung

$$\phi_m = 2kn_m d_{mm} + 2k \sum_{\nu=1}^{m-1} n_\nu d_{m\nu} - 2kn_o\sqrt{2mr_o\Delta r - m^2\Delta r^2} \tag{5}$$

wobei

$$d_{m\nu} = \sqrt{2(m-\nu+1)r_o\Delta r+[(\nu-1)^2-m^2]\Delta r^2} - \sqrt{2(m-\nu)r_o\Delta r+(\nu^2-m^2)\Delta r}$$

Umgekehrt erhält man daraus für den Brechungsindex

$$n_m = \frac{1}{2kd_{mm}} \left[\phi_m + 2\sqrt{2mr_o\Delta r - m^2\Delta r^2}kn_o - 2k \sum_{\nu=1}^{m-1} n_\nu d_{m\nu}\right] \tag{6}$$

Das bedeutet, daß wir n_m als Funktion von ϕ_m und $n_1, \ldots, n_{m-1}$ ausgedrückt haben und somit den Brechungsindexverlauf sukzessive aus der Phase berechnen können.

Eine ähnliche Behandlung von Kugelwellen wird auch bei konventionellen Schlierenverfahren angewendet, mit dem Unterschied, daß hier Phasenverschiebungen und dort Ablenkwinkel berechnet werden. Die numerische Auswertung läßt sich mit einem Digitalrechner für die gewünschte Genauigkeit problemlos durchführen.

Die Meßmethoden, die in den folgenden Kapiteln beschrieben werden, beziehen sich nun auf die Messung der durch die Stoßwellen hervorgerufenen Phasenverschiebungen, woraus auf dem Umweg über den Brechungsindex der Druckverlauf bestimmt werden kann.

3. Kohärent-optisches Meßverfahren mit photoelektrischer Registrierung

3.1. Grundzüge der Meßapparatur

Der prinzipielle Aufbau der Meßapparatur ist schematisch in Abb. 2 dargestellt. Die Untersuchungsmethode stützt sich auf die bereits gut ausgebaute Theorie der kohärent-optischen Signalverarbeitung und macht sich die hohe Intensität eines 1500 mW Argon-Ionenlasers zu Nutze. Mit Hilfe zweier Linsen, deren Abstand der

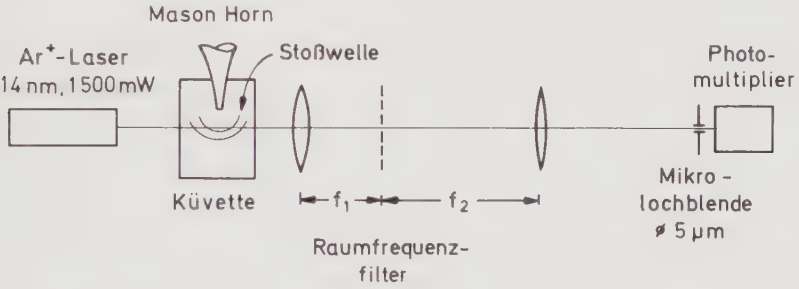


Abb. 2: Schematische Darstellung der Meßapparatur

Summe der Brennweiten f_1+f_2 entspricht, wird die Mittenebene des Objekts - der Kavitationsstoßwelle - von der vorderen Brennebene der ersten Linse in die hintere Brennebene der zweiten abgebildet. Der senkrechte Abstand des einfallenden Laserstrahls von der Unterseite des Masonhorns beträgt dabei einige Millimeter. In der Bildebene befindet sich ein Photomultiplier, der mit einer Mikrolochblende (pinhole) von 5 µm Durchmesser abgedeckt ist. Bewegt sich nun die Stoßwelle über den Querschnitt des Laserstrahls, so wandert ihr Bild entsprechend über das Pinhole hinweg und kann somit zeitlich abgetastet werden. Der Durchmesser der Mikrolochblende in Verbindung mit der Vergrößerung $M = f_2/f_1$ des optischen Systems hat einen wesentlichen Einfluß auf das zeitliche Auflösungsvermögen der Apparatur und sollte klein gegen das Bild der kürzesten zu erwartenden Stoßwellen sein.

In der gemeinsamen Brennebene der beiden Linsen wurde in Abb. 2 schematisch ein sogenanntes Raumfrequenzfilter eingezeichnet. Dieses stellt in gewissem Sinne das Kernstück der Apparatur dar, denn ohne dieses Filter ist die Intensität in der Bildebene konstant und liefert damit keinerlei Aufschluß über die Stoßwellen.

Einzelheiten der theoretischen, Fourier-optischen Beschreibung des Verfahrens sowie der Apparatur insgesamt werden in den folgenden Abschnitten behandelt (vgl. auch Kapitel 6.).

3.2. Grundlagen der Fourier-Optik

Die Beschreibung optischer Phänomene unterzog sich seit Ende der dreißiger Jahre dieses Jahrhunderts einem allmählichen Wandel in Richtung auf die bereits gut ausgebaute Informations- und Systemtheorie. Besondere Impulse gingen dabei von P. Elias et al. /20,21/ sowie etwas später auch von E.L. O'Neill /22/ aus. Die wesentliche Erkenntnis lag darin, daß die mathematische Beschreibung optischer Probleme in informationstheoretischen Begriffen geschehen kann, obwohl die Information in einem Falle räumlicher, im anderen zeitlicher Natur ist. Der Grund hierfür liegt darin, daß sich viele grundsätzliche Eigenschaften elektronischer Systeme in einfacher Weise auf optische Abbildungssysteme übertragen lassen. Beispielsweise ist die harmonische Frequenzanalyse linearer, zeitinvarianter Systeme ein überaus wichtiges Hilfsmittel in der Informationstheorie. Da viele optische Systeme ebenfalls die Eigenschaften von Linearität und (räumlicher) Invarianz zeigen, kann diese Methode auch dafür angewendet werden, wobei es sich jedoch hier im allgemeinen um eine zweidimensionale Analyse entsprechend den zwei kartesischen Koordinaten einer Ebene handelt. So wie es geläufig ist, Verstärker o.ä. durch ihre (zeitliche) Frequenzübertragungsfunktion zu charakterisieren, so werden heutzutage auch Abbildungssysteme durch ihre (räumliche) Frequenzübertragungsfunktion gekennzeichnet. Die Theorie dieser Fourier-Optik ist z.B. in den Büchern von Hecht-Zajac /23/, F.T.S. Yu /24/ und insbesondere in dem hervorragenden Buch von J.W. Goodman /25/ beschrieben. Wir müssen uns

hier verständlicherweise auf einen kurzen Abriß wesentlicher Voraussetzungen und Ergebnisse, die für die spätere Beschreibung unserer speziellen Probleme von Wichtigkeit sind, beschränken.

Wie in Kapitel 2. bereits dargelegt wurde, läßt sich eine monochromatische Lichtwelle in einer skalaren Theorie in der Form

$$u(x,y,t) = \mathrm{Re}\{U(x,y)\cdot\exp[-2\pi\nu t]\} \tag{3}$$

beschreiben. Da die Zeitabhängigkeit a priori bekannt ist, können wir das elektromagnetische Feld durch die komplexen Amplituden $U(x,y)$ allein beschreiben. Für diese gilt die Helmholtzgleichung

$$(\nabla^2+k^2)U = 0 \tag{7}$$

Mit Hilfe der Rayleigh-Sommerfeldschen Beugungstheorie ergibt sich für die Ausbreitung einer Verteilung der komplexen Amplitude $U_o(x_o,y_o)$ in einer Ebene $z=0$ in eine Ebene $z=z_o$ für die dortigen komplexen Amplituden $U_1(x_1,y_1)$

$$U_1(x_1,y_1) = \int\int h(x_o,y_o;x_1,y_1)U_o(x_o,y_o)dx_o dy_o \tag{8}$$

$$\text{mit} \quad h(x_o,y_o;x_1,y_1) = \frac{1}{j\lambda z_o} \exp[jkr_{o1}]$$

Dabei ist r_{o1} der kartesiche Abstand der Punkte $(x_o,y_o,0)$ und (x_1,y_1,z_o). Außerdem wurde bereits vorausgesetzt, daß z_o sehr viel größer ist, als die lineare Dimension des interessierenden (x_1,y_1)-Bereiches um die z-Achse. $h(x_o,y_o;x_1,y_1)$ wird als Impulsantwort des Systems (hier also des Raumes) bezeichnet, da etwa $U_1(x_1,y_1) = h(o,o;x_1,y_1)$ für $U_o(x_o,y_o) = \delta(x_o,y_o)$.

Unter der Bedingung $z_o^3 >> \pi[(x_o-x_1)^2 + (y_o-y_1)^2]^2_{\max} /(4\lambda)$ erhält man die Fresnel-Approximation

$$h(x_o,y_o;x_1,y_1) = \frac{\exp[jkz_o]}{j\lambda z_o} \exp\{j\frac{k}{2z_o}[(x_o-x_1)^2+(y_o-y_1)^2]\} \tag{9}$$

Aus Formel (8) ergibt sich bereits, daß die Beugung als ein lineares Phänomen anzusehen ist. Außerdem ist die Impulsantwort h in der Fresnel-Näherung rauminvariant, d.h. sie hängt nur von den Differenzen (x_o-x_1) und (y_o-y_1) ab. Gleichung (8) stellt damit ein Faltungsintegral dar und kann in der Form geschrieben werden

$$U_1 = h * U_o \tag{10}$$

$$\text{bzw. } \mathcal{F}_{xy}\{U_1(x_1,y_1)\} = H(f_x,f_y)\cdot\mathcal{F}_{xy}\{U_o(x_o,y_o)\}$$

$\mathcal{F}_{xy}\{\}$ bedeutet die zweidimensionale räumliche Fouriertransformation, die folgendermaßen definiert ist:

$$G(f_x,f_y) = \mathcal{F}_{xy}\{g,(x,y)\} = \iint g(x,y)\exp[-j2\pi(f_x x+f_y y)]dxdy \tag{11}$$

$H(f_x,f_y)$, die Fouriertransformierte der Impulsantwort $h(x_o-x_1,y_o-y_1)$, bezeichnet man als Übertragungsfunktion des Raumes. Die Rechnung ergibt

$$H(f_x,f_y) = \exp[jkz_o]\exp[-j\pi\lambda z_o(f_x^2+f_y^2)] \tag{12}$$

Die Größen f_x und f_y nennt man, entsprechend der Terminologie bei Zeitsignalen, die Raumfrequenzen. In expliziter Form lautet (8) demnach

$$U_1(x_1,y_1) = \frac{\alpha}{j\lambda z_o}\iint\{U_o(x_o,y_o)\cdot\exp[j\frac{k}{2z_o}(x_o^2+y_o^2)]\}\cdot\exp[-j\frac{2\pi}{\lambda z_o}(x_o x_1+y_o y_1)]dx_o dy_o \tag{13}$$

wobei α ein quadratischer Phasenfaktor ist. $U_1(x_1,y_1)$ ist folglich proportional zur zweidimensionalen Fouriertransformation von $U_o(x_o,y_o)\cdot\exp[j\frac{k}{2z_o}(x_o^2+y_o^2)]$, ausgewertet an der Stelle $f_x=x_1/(\lambda z_o)$, $f_y=y_1/(\lambda z_o)$. Unter der stärkeren Bedingung $z_o >> k(x_o^2+y_o^2)_{max}/2$ erhält man daraus sofort als Fraunhofer-Näherung

$$U_1(x_1,y_1) = \frac{\alpha}{j\lambda z_o}\ \mathcal{F}_{xy}\{U_o(x_o,y_o)\};f_x=\frac{x_1}{\lambda z_o},\ f_y=\frac{y_1}{\lambda z_o} \tag{14}$$

Schon die einfache Überlegung, daß eine konvexe Linse sozusagen einen unendlich fernen Punkt, der also in idealer Weise im Fraunhofer-Bereich liegt, in die Brennebene abbildet, legt die Vermutung nahe, daß dort die Amplitudenverteilung im wesentlichen der Fouriertransformierten der Vorlage entspricht. Dies kann man beweisen, indem man ausgehend von der Vorlage gemäß (13) die Amplitudenverteilung am Ort der Linse berechnet, dort deren Transparenz $t_L = \exp[-jk(x^2+y^2)/(2f)]$ (f: Brennweite) berücksichtigt, und auf die so erhaltene Verteilung nochmals Gleichung (13) mit $z_o = f$ anwendet. Insgesamt erhält man genau die Form der Gleichung (14), die man allerdings nun bei $f_x = x_1/(\lambda f)$, $f_y = y_1/(\lambda f)$ auswerten muß. Der quadratische Phasenfaktor $\alpha \equiv 1$, falls speziell die Objektweite ebenfalls der Brennweite entspricht.

Durch eine zweite Linse, deren vordere Brennebene mit der hinteren der ersten Linse zusammenfällt, kann man diese Verteilung nochmals Fouriertransformieren. Da sich die Fourierrücktransformation nur im Vorzeichen von der Fouriertransformation selbst unterscheidet, erhält man in der hinteren Brennebene der zweiten Linse die Amplitudenverteilung.

(15) $$U_i(x,y) = U_o(-x,-y)$$

Wir haben somit eine einfache Abbildung mit Hilfe zweier Fouriertransformationen beschrieben. Sind die Brennweiten der beiden Linsen nicht gleich, so ist in evidenter Weise die Vergrößerung $M = f_2/f_1$ zu berücksichtigen. Der Einfachheit halber gehen wir im folgenden bei theoretischen Überlegungen stets von einer Vergrößerung M = 1 aus und lassen die Vorzeichenumkehr unberücksichtigt.

In der gemeinsamen Brennebene der beiden Linsen, in der das räumliche Spektrum des Objektes vorliegt, kann man nun eine beliebige reelle oder komplexe Transparenz t_F anbringen und dadurch das Spektrum des Objektes verändern. Solche Operationen entsprechen mathematisch genau der Filterung bei Zeitfunktionen und sie werden daher als Raumfrequenzfilterung bezeichnet. Einige für die vorliegende Arbeit relevante Methoden der Raumfrequenzfilterung werden in Kapitel 3.3. behandelt.

Anzumerken bleibt noch, daß die komplexen Amplituden U im optischen Bereich einer direkten Messung nicht zugänglich sind. Stattdessen können immer nur die entsprechenden Intensitäten $I = U \cdot U^* = |U|^2$ registriert werden.

3.3. Verfahren zur Raumfrequenzfilterung

Ganz allgemein läßt sich die Amplitudentransparenz $t = U_a/U_e$ eines Objektes in der Form darstellen

$$t(x,y) = a(x,y)\exp[j\phi(x,y)] \tag{16}$$

Als Phasenobjekte bezeichnet man darunter speziell solche, für die $a(x,y) \equiv 1$ oder zumindest $a(x,y) \equiv \text{const}$. Fällt auf solch ein Objekt eine ebene Lichtwelle mit Einheitsamplitude, so haben wir dahinter die komplexe Amplitudenverteilung

$$U(x,y) = t(x,y) = \exp[j\phi(x,y)] \tag{17}$$

Wie bereits erwähnt, können im optischen Bereich nur Intensitäten $I = |U|^2$ registriert werden, so daß ein Phasenobjekt bei einer normalen Abbildung wegen $|e^{i\phi(x,y)}|^2 \equiv 1$ unsichtbar ist. Durch geeignete Raumfrequenzfilterung, d.h. durch Eingriffe in der gemeinsamen Brennebene zweier Linsen bei einem Abbildungssystem wie in Abb. 2, können solche Objekte jedoch sichtbar gemacht werden. Man kann dann von der Intensität in der Bildebene auf die Phasenverschiebung in der Objektebene zurückschließen. Beispiele solcher Methoden sind das Dunkelfeld-, das Phasenkontrast-, das Schlieren- und das Amplitude-Substraction-Verfahren. Sie unterscheiden sich durch das jeweils benutzte Raumfrequenzfilter und werden im folgenden kurz behandelt. Verwiesen sei dabei neben den bereits genannten Büchern auch auf das Buch von Lipson /26/.

3.3.1. Dunkelfeldverfahren

Beim Dunkelfeldverfahren befindet sich im Zentrum der Raumfrequenzebene ein lichtundurchlässiger Punkt, d.h. die Komponenten bei der Raumfrequenz $f_x=f_y=0$ werden aus dem Spektrum entfernt. Ohne Objekt verschwindet die Intensität in der Bildebene, da die einfallende ebene Welle dort ihren Brennpunkt hat. Befindet sich nunmehr in der Objektebene ein Phasenobjekt der Form (17), so erhalten wir in der Brennebene bis auf Proportionalitätskonstanten

$$(18)\quad U_f(x_f,y_f)=\mathcal{F}_{xy}\{U(x,y)\}=\mathcal{F}_{xy}\{1+\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{[i\phi(x,y)]^\nu}{\nu!}\}=\delta(x_f,y_f)+\mathcal{F}_{xy}\{\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{[i\phi(x,y)]^\nu}{\nu!}\}$$

Der Punkt auf der Achse blendet nun die δ-Funktion, die man auch als nullte Ordnung bezeichnet, aus, so daß sich nach Rücktransformation durch eine zweite Linse in der Bildebene für $U_i(x,y)$ ergibt

$$(19)\qquad U_i(x,y) = \sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{[i\phi(x,y)]^\nu}{\nu!} = \exp[j\phi(x,y)]-1$$

Die Intensität $I_i(x,y)$ hängt damit in einfacher funktionaler Weise mit der Phasenverschiebung $\phi(x,y)$ zusammen

$$(20)\qquad I_i(x,y) = 2(1-\cos\phi)$$

Abb. 3 zeigt den Verlauf dieser Funktion. Im Bereich $0 \leq \phi(x,y) \leq \pi$ ist sie monoton, so daß für diesen Fall gilt

$$(21)\qquad \phi(x,y) = \arccos\left(1-\frac{I_i(x,y)}{2}\right)$$

Diese Behandlung des Dunkelfeldverfahrens ist nicht ganz korrekt, da auch Frequenzkomponenten von $\exp[j\phi(x,y)]-1$ im Zentrum der Raumfrequenzebene liegen können und herausgefiltert werden. Es muß also vorausgesetzt werden, daß diese eventuell vorhandenen Frequenzkomponenten unwesentlich sind. Das Filter zeigt demnach Hochpaßeigenschaften. Ein extremes Beispiel ist die Verteilung $\phi(x,y)\equiv\phi_o$. Offenbar verschwindet die Intensität in der Bildebene

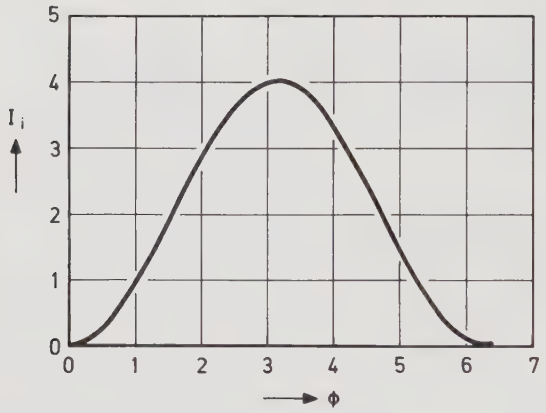


Abb. 3: Kennlinie des Dunkelfeld-verfahrens

ungeachtet des Wertes von ϕ_o. In diesem Falle liefert (20) also ein völlig falsches Ergebnis. Eine genaue Behandlung dieser Frage, wie auch die damit eng verbundene nach der wirklichen Größe des abschattenden Punktes für eine reale Lichtquelle, findet sich im Abschnitt 3.7.

3.3.2. Phasenkontrastverfahren

Das Phasenkontrastverfahren ist mit dem Dunkelfeldverfahren eng verwandt. Der Unterschied besteht darin, daß die nullte Ordnung nicht ausgeblendet, sondern in der Phase um $\pi/2$ verschoben wird. Dies läuft insgesamt darauf hinaus, daß das erste Glied der Entwicklung von $\exp[j\phi(x,y)]$ durch $\exp[j\pi/2] = i$ ersetzt wird. Die Argumentation ist dabei entsprechend zum Dunkelfeldverfahren. Für $I_i(x,y)$, die Intensität in der Bildebene, ergibt sich

$$(22a) \qquad I_i(x,y) = |i-1+\exp[i\phi(x,y)]|^2 = 3+2(\sin\phi - \cos\phi)$$

Verschiebt man die Phase um $3\pi/2$, so erhält man

$$(22b) \qquad I_i(x,y) = |-i-1+\exp[i\phi(x,y)]|^2 = 3-2(\sin\phi + \cos\phi)$$

Im ersten Fall spricht man von positivem Phasenkontrast oder "Bright Contrast", im zweiten von negativem Phasenkontrast ("Dark Contrast"). Die Abhängigkeit der Intensität von der Phase, gegeben durch (22a,b), ist in Abb. 4a,b dargestellt. Die Funktion (22a)

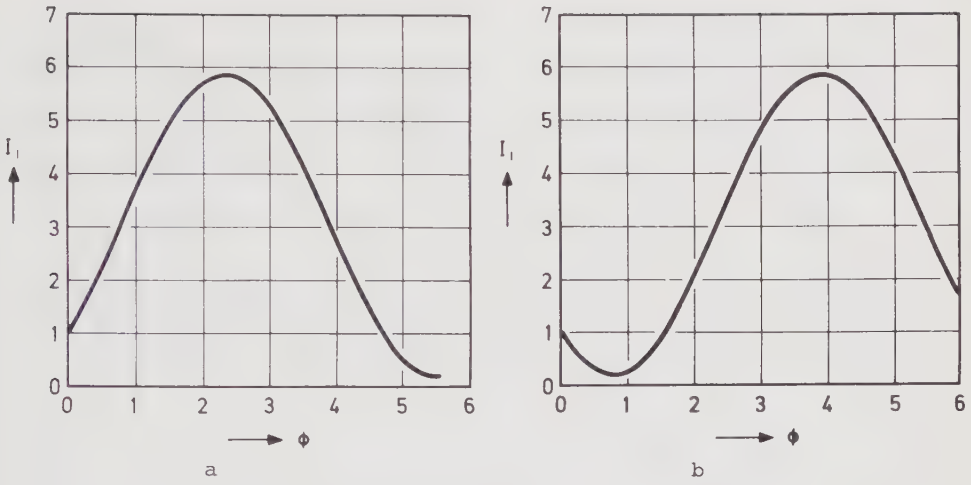


Abb. 4: Kennlinie des Phasenkontrastverfahrens
a. positiver Phasenkontrast
b. negativer Phasenkontrast

ist für $-\frac{\pi}{4} \leq \phi \leq \frac{3}{4}\pi$, (22b) für $-\frac{3}{4}\pi \leq \phi \leq \frac{\pi}{4}$ monoton. Je nach dem Bereich, in dem die erwarteten Phasenverschiebungen im Experiment liegen, kann somit entweder der positive oder der negative Phasenkontrast günstiger sein.

Das Verfahren läßt sich noch in der Weise modifizieren, daß man den phasendrehenden Bereich im Zentrum der Raumfrequenzebene teilweise absorbierend gestaltet. Auf diese Art läßt sich der Anstieg und der Monotoniebereich der Kurven Abb. 4a,b variieren.

Die Einschränkungen, die beim Dunkelfeldverfahren gemacht wurden, gelten sinngemäß auch für diese Methode.

3.3.3. Schlierenverfahren

Mathematisch aufwendiger ist die Beschreibung des Schlierenverfahrens, bei dem sich in der Raumfrequenzebene eine Schneide befindet, die gerade eine Hälfte des räumlichen Spektrums ausblendet. Die Transmittanz in dieser Ebene kann also in der Form

$$t_F(x_f,y_f) = \frac{1}{2}(1 + \text{sign } x_f) \tag{23}$$

ausgedrückt werden. Multiplikation des Spektrums einer gegebenen Objektverteilung $U_o(x,y)$ mit t_F und Fourierrücktransformation liefert in der Bildebene

$$U_i(x,y) = \frac{1}{2}\,[U_o(x,y) - j\hat{U}_o(x,y)] \tag{24}$$

Dabei bezeichnet $\hat{U}_o(x,y) = \pi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} U_o(x',y)(x'-x)^{-1}dx' = \mathcal{H}_x\{U_o\}$ die Hilberttransformierte von U_o, die man in der Nachrichtentechnik auch das zu U_o orthogonale Signal nennt. Kurz gesagt bedeutet (24), daß man beim Schlierenverfahren das analytische Signal des Objektes erhält, wobei allerdings zu beachten ist, daß U_o im allgemeinen selbst schon komplexwertig ist.

In dem uns interessierenden Fall $U_o(x,y) = \exp[j\phi(x,y)]$ folgt aus (24) für die Intensität

$$4I_i(x,y) = [\cos\phi(x,y) + \mathcal{H}_x\{\sin\phi\}]^2 + [\sin\phi(x,y) - \mathcal{H}_x\{\cos\phi\}]^2 \tag{25}$$

Hier hängt die Intensität, im Gegensatz zum Dunkelfeld- oder Phasenkontrastverfahren integral mit der Phasenverschiebung zusammen, d.h. zur Intensität in einem Bildpunkt tragen viele Objektpunkte in gewichteter Weise bei.

Die Berechnung des Phasenverlaufs $\phi(x,y)$ aus der Intensität wird dadurch relativ schwierig, daß eine Auflösung der Formel (25) nach $\phi(x,y)$ erforderlich wird. Aus diesem Grunde wurde das Problem iterativ gelöst. Betrachtet man (25) zunächst nur für $\phi << 1$ und

beschreibt die Abweichungen davon durch eine Korrekturgröße ε, so erhält man

$$(26) \qquad (1+\mathcal{H}_x\{\sin\phi\})^2 = 4I_i(x,y) - \varepsilon(x,y)$$

wobei

$$\varepsilon(x,y) = [\cos\phi(x,y)+\mathcal{H}_x\{\sin\phi\}]^2 + [\sin\phi(x,y)-\mathcal{H}_x\{\cos\phi\}]^2 - [1+\mathcal{H}_x\{\sin\phi\}]^2$$

Daraus ergibt sich

$$(27) \quad \phi(x,y) = \arcsin\{-\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(4I_i(x',y)-\varepsilon(x',y))^{1/2}}{x'-x}\,dx'\} = \arcsin[-\mathcal{H}_x\{(4I_i-\varepsilon)^{1/2}\}]$$

Für $\phi(x,y) << 1$ ist $\varepsilon(x,y) \cong 0$. Damit berechnet man gemäß (27) eine erste Näherung für $\phi(x,y)$. Aus dem so gewonnenen Phasenverlauf berechnet man ein neues $\varepsilon(x,y)$ und wendet wiederum Gleichung (27) an. Es zeigte sich, daß dieses Verfahren für $|\phi(x,y) < \pi/2$ nach wenigen Iterationsschritten gegen die Lösung von (27) konvergiert.

3.3.4. Amplitude-Substraction-Verfahren

Das Amplitude-Substraction-Verfahren (siehe /27/) ist dem Schlierenverfahren sehr ähnlich. Statt eine Hälfte der Raumfrequenzebene auszublenden, wird hier in einer Halbebene die Phase des Lichtes gegenüber der anderen um π gedreht. Die Transmittanz $t_F(x_f,y_f)$ ist folglich durch

$$(28) \qquad t_F(x_f,y_f) = \mathrm{sign}(x_f)$$

gegeben. Rechnungen, analog zu denen beim Schlierenverfahren, führen auf den Ausdruck

$$(29) \qquad U_i(x,y) = \mathcal{H}_x\{U_o(x,y)\}$$

und für $U_o(x,y) = \exp[j\phi(x,y)]$ ergibt sich

(30) $$I_i(x,y) = \mathcal{H}_x^2\{\cos\phi\} + \mathcal{H}_x^2\{\sin\phi\}$$

Die Auflösung dieser Integralgleichung nach $\phi(x,y)$ kann entsprechend zum Schlierenverfahren geschehen.

3.3.5. Vergleich der beschriebenen Methoden zur Raumfreguenzfilterung

Das Dunkelfeld- und das Phasenkontrastverfahren haben zunächst den Vorteil gegenüber den anderen beiden Methoden, daß die Ergebnisse wegen des einfachen funktionalen Zusammenhanges zwischen Intensität und Phasenverschiebung leicht auszuwerten sind. Für Objekte mit $\phi(x,y) << 1$ ist das Dunkelfeldverfahren ungeeignet, da in diesem Falle $I_i(x,y) = \phi^2(x,y)$, während das Phasenkontrastverfahren $I_i(x,y) = 1+2\phi(x,y)$ ergibt; allerdings erhält man im Gegensatz zur Dunkelfeldmethode einen hellen Untergrund.

Die Messungen beim Schlierenverfahren und beim Amplitude-Substraction-Verfahren lassen sich nur dann in einfacher Weise auswerten, wenn $\phi(x,y) << 1$. Beispielsweise ergibt sich für $\phi(x,y) = \phi_o\cos(\omega_x x), \phi_o << 1$

(31) $$I_i(x) = c - \frac{\phi_o}{2}\sin(\omega_x x) \qquad c=(1+\phi_o^2)/4 \quad \text{(Schlierenverfahren)}$$

$$I_i(x) = \frac{\phi_o^2}{4}\sin^2(\omega_x x) \qquad \text{(Amplitude-Substraction-Verfahren)}$$

Beide Methoden sind besonders gut geeignet, um Sprünge im Objektbereich sichtbar zu machen, da die Intensität an den entsprechenden Bildpunkten dann Pole aufweist. Weiter sei darauf hingewiesen, daß das Amplitude-Substraction-Verfahren einen dunklen Untergrund ergibt, da - wie der Name bereits andeutet - die sich entsprechenden positiven und negativen Raumfrequenzkomponenten gewissermaßen voneinander subtrahiert werden.

Bei der Beobachtung der Kavitationsstoßwellen erwies sich das Dunkelfeldverfahren als geeignet und wurde daher wegen seiner Einfachheit bei den Messungen fast ausschließlich benutzt.

Sämtliche beschriebenen Raumfrequenzfilterungsmethoden lassen sich auch mit einer einzigen Linse durchführen, wobei dann Objekt- und Bildweite entsprechend der Linsenformel gewählt werden müssen. Das hat den Vorteil, daß die Vergrößerung des Systems leicht verändert werden kann. In der hinteren Brennebene der Linse entsteht für beliebige Objektweiten das Raumfrequenzspektrum der Vorlage bis auf einen unwesentlichen Phasenfaktor. Allerdings treten in diesem Falle mehr oder minder große Aberrationen auf, da jedes Objektiv nur für eine bestimmte Objektweite korrigiert ist. Daher wurden Anordnungen wie in Abb. 2 mit der festen Vergrößerung $M = f_2/f_1$ vorgezogen (vgl. auch Kapitel 3.7.).

Abschließend muß nochmals betont werden, daß sämtliche optischen Überlegungen, die bisher angestellt wurden, auf der linearen Überlagerung der komplexen Amplituden, d.h. der Interferenzfähigkeit der Lichtwellen, beruhten. Bei der Voraussetzung monochromatischer Lichtwellen der Form (3) ist diese Bedingung idealerweise erfüllt. Die Lichtwellen realer Lichtquellen , Laser eingeschlossen, sind jedoch niemals perfekt monochromatisch. Die statistische Natur der zeitlichen Änderungen der komplexen Amplituden kann das Verhalten von Abbildungssystemen in sehr starker Weise beeinflussen. Notwendig ist daher im Grunde ein Exkurs über die Theorie partieller Kohärenz. Bei einem Laser kann räumliche Kohärenz, d.h.feste Phasenbeziehungen zwischen verschiedenen Punkten seines Querschnittes, als gegeben angesehen werden. Die zeitliche Kohärenz wird durch die Kohärenzlänge charakterisiert. Diese Kohärenzlänge, die bei dem benutzten Argon-Ionenlaser zwischen 5 und 10 cm liegt, muß größer sein, als alle vorkommenden Wegdifferenzen, um eine amplitudenmäßige Überlagerung der Lichtwellen zu garantieren. Diese Bedingung war bei den Messungen bei weitem erfüllt, so daß die streng monochromatische Theorie in diesem Falle vollkommen gerechtfertigt ist.

3.4. Bewegte Phasenobjekte, Einfluß des Dopplereffektes

Bisher haben wir nur stationäre Phasenobjekte $\exp[j\phi(x,y)]$ betrachtet. Da die zu untersuchenden Stoßwellen sich nun jedoch mit Schallgeschwindigkeit bewegen, ergibt sich die Frage nach dem möglichen Einfluß des Doppler-Effektes; insbesondere ist diese Frage auch deshalb berechtigt, da die Dopplerfrequenzverschiebung in einigen Arbeiten, wie z.B. von Merzkirch und Erdmann /28/, gerade dazu benutzt wird, Informationen über Stoßwellen zu erhalten.

Die Lichtwellen in der Objektebene müssen also in der allgemeinen zeitabhängigen Form $u_o = u_o(x,y,t) = \exp[j\phi(x,y,t)]$ dargestellt werden, wobei sich die Zeitabhängigkeit nicht mehr wie in Gleichung (3) separieren läßt. Eine Zerlegung in monochromatische Wellen ergibt

$$(32) \quad u_o(x,y,t) = \int_{-\infty}^{\infty} U_o(x,y,-\nu')\exp[-j2\pi\nu' t]d\nu' = \mathcal{F}_t\{U_o(x,y,-\nu')\} \qquad \nu' = -\nu$$

Dabei bedeuten die großen Buchstaben hier die zeitlichen Spektralkomponenten und $\mathcal{F}_t\{\}$ im Unterschied zu $\mathcal{F}_{xy}\{\}$ eine Fouriertransformation im Zeitbereich. Aus formalen Gründen wurde die Variablentransformation $\nu' = -\nu$ vorgenommen.

Für die Frequenzkomponenten $U(x,y,-\nu')$ gilt wie für die komplexen Amplituden bei monochromatischem Licht die Rayleigh-Sommerfeldsche Beugungsformel wie in Gleichung (13) und (14). Daraus ergibt sich analog für die Transformation einer Linse von der vorderen in die hintere Brennebene

$$(33) \quad U_f(x_f,y_f,-\nu') = \frac{\exp[j2\pi\cdot 2f/\lambda']}{j\lambda' f}\, \mathcal{F}_{xy}\{U_o(x_o,y_o,-\nu')\}_{f_x = \frac{x_f}{\lambda' f};\ f_y = \frac{y_f}{\lambda' f}} \quad ; \quad \lambda' = \frac{c}{\nu'}$$

Der Phasenfaktor $\exp[j2\pi\cdot 2f/\lambda']$, der den Laufweg repräsentiert, wurde in Gleichung (14) vernachlässigt. Hier muß er berücksichtigt werden, da er zeitfrequenzabhängig ist und daher in diesem Zusammenhang wichtig sein könnte. Vorausgesetzt wurde weiterhin, daß die Linse keine Dispersion zeigt, so daß die Brennweite f unabhängig von ν' ist. Dies ist für den Frequenzbereich der Dopplerverschiebung eine völlig unkritische Bedingung.

Durch eine weitere Fouriertransformation mit Hilfe einer zweiten Linse und zeitliche Fourierrücktransformation erhält man

$$u_i(x,y,t) = u_o(x,y,t - 4f/c) \tag{34}$$

Dabei ist wiederum eine 1:1 Abbildung vorausgesetzt ($f_1=f_2=f$) und die Vorzeichenumkehr der Ortskoordinaten wurde vernachlässigt. Das Ergebnis (34) ist nicht weiter verwunderlich, sagt es doch lediglich aus, daß sich das Bild entsprechend dem Objekt mitbewegt. Der Dopplereffekt ändert also bei der Abbildung nichts gegenüber einer quasistatischen Behandlung.

Interessant ist die Frage, ob dies auch bei Raumfrequenzfilterung weiterhin gilt. Für das Dunkelfeldverfahren ist dies Problem leicht zu überblicken, da bei ihm lediglich die nullte Ordnung herausgefiltert wird, die sowieso keine Dopplerfrequenzverschiebung erfährt. Die Behandlung kann daher wie oben bei einer einfachen Abbildung von statten gehen und liefert demnach (vgl. Abschnitt 3.3.1.)

$$I_i(x,y,t) = 2[1 - \cos\phi\ (x,y,t)] \tag{35}$$

Komplizierter werden die Rechnungen beim Schlierenverfahren. Bewegt sich das Objekt in x-Richtung mit der Geschwindigkeit v und behält dabei seine Form, so kann man die Lichtwellen in der Objektebene durch

$$u_o(x,y,t) = \bar{u}_o(x-vt,y)\exp[-j2\pi\nu_o t] \tag{36}$$

beschreiben, wobei ν_o die Frequenz der einfallenden Lichtwelle bezeichnet. $\bar{u}_o(x_o,y_o)$ ist die komplexe Amplitude des entsprechenden statischen Objektes. Gleichung (33) nimmt damit die Form an

$$U_f(x_f,y_f,-\nu') = \frac{\exp[j2\pi\cdot 2f/\lambda']}{j\lambda' f}\,\mathcal{F}_t^{-1}\{F_o(f_x,f_y)\cdot\exp[-j2\pi(\nu_o + \frac{vx_f}{\lambda' f})t]\} \tag{37}$$

mit

$$F_o(f_x,f_y) = \mathcal{F}_{xy}\{\bar{u}_o(x_o,y_o)\}_{f_x=\frac{x_f}{\lambda' f};\ f_y=\frac{y_f}{\lambda' f}}$$

An dieser Formel kann man die Zeitfrequenzabhängigkeit in der Brennebene ablesen:

$$(38) \qquad \nu(x_f) = \nu_o + \frac{v x_f}{\lambda' f} = \nu_o + \nu' \frac{v}{c} \frac{x_f}{f} \approx \frac{c}{c + v\sin\alpha}\, \nu_o$$

$$\text{mit } \sin\alpha = \frac{x_f}{f}$$

Dies ist genau die bekannte Formel für die Dopplerfrequenzverschiebung, die diese Theorie also implizit enthält. Der transversale Dopplereffekt, der in der Relativitätstheorie auftritt und zu einem Faktor $\sqrt{1-v^2/c^2}$ führt, ergibt sich dabei natürlich nicht. Für $v = v_{Schall}$ ist der Faktor $\sqrt{1-v^2/c^2} \approx 1-10^{-11}$ nur sehr wenig von eins verschieden.

Aus Gleichung (38) läßt sich im übrigen sofort ablesen, daß bei einem ebenen, laufenden Sinus-Phasengitter der Frequenz f_o die n-te Beugungsordnung um $n \cdot f_o$ in der Frequenz verschoben ist (vgl. Abschnitt 3.5. und 4.1.).

Gleichung (37) beschreibt also die Verteilung der räumlichen Frequenzkomponenten in der Brennebene. Filterung mit einer Schlierenkante und Rücktransformation liefert

$$(39) \quad U_i(x,y,-\nu') = \bar{u}_i(x,y) * \{\delta(y)\exp[j2\pi\nu'(x/v+4f/c) - j2\pi x\nu_o/v]\}/v$$

wobei $\bar{u}_i(x,y) = [\bar{u}_o(x,y) - j\mathcal{H}_x\{\bar{u}_o\}]/2$ die Bildverteilung für das entsprechende statische Objekt darstellt (vgl. Formel (24)). Da $\bar{u}_i$ unabhängig von ν' ist, ergibt sich

$$(40) \quad u_i(x,y,t) = \mathcal{F}_t\{U_i(x,y,-\nu')\} = \bar{u}_i(x,y) * \mathcal{F}_t\{\delta(y)\cdot\exp[-j2\pi\nu'(x/v+4f/c) - j2\pi x\nu_o/v]\}/v$$

Unter Vernachlässigung der Zeitverzögerung durch den optischen Weg erhält man daraus

$$(41) \qquad u_i(x,y,t) = \exp[-j2\pi x\nu_o/v]\ \bar{u}_i(x-vt,y)$$

$$\text{bzw.} \qquad I_i(x,y,t) = \bar{I}_i(x-vt,y)$$

Dies bedeutet, daß auch beim Schlierenverfahren der Dopplereffekt keinen Einfluß hat und die Objekte somit quasistatisch behandelt werden können. Die Behandlung von Phasenkontrast- und Amplitude-Substraction-Verfahren kann in gleicher Weise geschehen und liefert dasselbe Ergebnis.

Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß dies möglicherweise nur aus der Symmetrie der verwandten Raumfrequenzfilter folgt und nicht allgemein gilt. Entfernt man beispielsweise beim Schlierenverfahren nicht genau eine Halbebene aus dem Spektrum, d.h. benutzt man eine Filterfunktion der Form

$$t_F(x_f,y_f) = \frac{1}{2}[1 + \mathrm{sign}(x_f+b)]; \quad b \neq 0 \tag{42}$$

so erhält man für $\bar{u}_i$

$$\bar{u}_i = \frac{1}{2}[\bar{u}_o(x,y) - \frac{j}{\pi} \int \bar{u}_o(x',y)\exp[j2\pi b(x'-x)/(\lambda' f)](x'-x)^{-1}dx'] = \bar{u}_i(x,y,-\nu') \tag{43}$$

Dann läßt sich offenbar nicht mehr Gleichung (40) anwenden, da $\mathcal{F}_t$ nun auch auf $\bar{u}_i$ wirkt. In diesem Falle, der aber nicht näher untersucht wurde, erhält man damit möglicherweise Unterschiede in der Behandlung des bewegten gegenüber dem quasistatischen Objekt.

3.5. Dünne Phasenobjekte und Raman-Nath-Bedingung

Die endliche Ausdehnung jedes realen Phasenobjektes in Richtung der Lichtausbreitung wirft wichtige Fragen auf, die die Ergebnisse von Messungen stark beeinflussen können und daher in diesem und dem folgenden Abschnitt diskutiert werden sollen. Zur Veranschaulichung der Problematik nehmen wir zunächst einmal als einfaches Beispiel für ein Phasenobjekt eine fortschreitende, ebene Ultraschallwelle an, die sich senkrecht zur Richtung z des einfallenden Lichtes ausbreiten möge. Hinter einem solchen Objekt erwarten wir die komplexe Lichtwellenamplitudenverteilung

$$U_o(x,y) = \exp[j\Delta\phi\sin(2\pi f_o x)]\cdot\mathrm{rect}(\tfrac{x}{\ell})\cdot\mathrm{rect}(\tfrac{y}{\ell}) \tag{44}$$

$$\text{mit } \mathrm{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Die endliche Ausdehnung des Objektes in x- und y-Richtung ist durch die Größe ℓ berücksichtigt, $\Delta\phi$ ist der Phasenhub, der sich aus dem maximalen Schalldruck und der Ausdehnung des Objektes in z-Richtung ergibt. Die Raumfrequenz $f_o = 1/\lambda_s$ ist durch die Schallwellenlänge λ_s gegeben.

Anwendung von Gleichung (14) liefert für die Intensität im Fraunhofer-Beugungsbild

$$(45)\quad I(x,y) = \left(\frac{\ell^2}{\lambda z_o}\right)^2 \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(\Delta\phi)\,\mathrm{sinc}^2\left[\frac{\ell}{\lambda z_o}(x - qf_o\lambda z_o)\right]\cdot\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\ell y}{\lambda z_o}\right)$$

wobei z_o der Abstand der Ebene des Beugungsbildes vom Objekt und J_q die Besselfunktion erster Art und q-ter Ordnung bezeichnet. $\mathrm{sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x$ ist die Spaltfunktion.

Für $f_o >> 2/\ell$ ist die Überlappung der einzelnen Beugungsterme vernachlässigbar, so daß sich für die integrale Intensität I_q der q-ten Beugungsordnung ergibt

$$(46)\quad I_q = \left(\frac{\ell^2}{\lambda z_o}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} J_q(\Delta\phi)\,\mathrm{sinc}^2\left[\frac{\ell}{\lambda z_o}(x - qf_o\lambda z_o)\right]\cdot\mathrm{sinc}^2\left[\frac{\ell y}{\lambda z}\right]dxdy = J_q^2(\Delta\phi)\cdot\ell^2$$

Für $\Delta\phi = 0$ erhält man danach $I_\infty = \ell^2$ und damit für die relative Intensität

$$(47)\qquad I_{q\,rel} = I_q/I_\infty = J_q^2(\Delta\phi)$$

Aus dieser relativen Intensität kann man den Phasenhub $\Delta\phi$ leicht bestimmen. Die Frequenz f_o ergibt sich aus der Lage der q-ten Beugungsordnung $x_q = qf_o\lambda z_o$. Die Bewegung des Phasengitters mit Schallgeschwindigkeit ändert nichts an der Intensität im Beugungsbild wegen der Translationsinvarianz des Leistungsspektrums.

Eine grundsätzliche Frage ist die, ob Phasenobjekte in der Form (17) oder speziell (44) überhaupt exakt realisierbar sind. In der Nachrichtentechnik, i.e. bei Zeitsignalen, steht dem das Kausalitätsprinzip entgegen, das seinen Ausdruck in den Kramers-Kronig-Beziehungen findet. Obwohl man in der Optik dieser prinzipiellen Beschränkung nicht unterworfen ist, muß die Frage dennoch verneint werden. Der Grund dafür liegt in der endlichen Ausdehnung Δz jedes realen Objektes in Richtung der einfallenden Lichtwelle. Bei der Bestimmung der durch eine Stoßwelle hervorgerufenen Phasenverschiebung haben wir in Kapitel 2 einen Strahl durch das Medium verfolgt. Unberücksichtigt blieb der Einfluß des Raumes, der durch seine Impulsantwort h (siehe Gleichung (8) und (9)) repräsentiert wird. Grundsätzlich muß also die Übertragungsfunktion des Raumes von z bis $z+\Delta z$ berücksichtigt werden. Als Phasenobjekte im engeren Sinne oder dünne Phasenobjekte bezeichnet man solche, für die Δz genügend klein ist, so daß die komplexe Lichtwellenamplitudenverteilung hinter dem Objekt - genauer gesagt, die davon mit Hilfe der Übertragungsfunktion auf die Ebene $z+\Delta z/2$ zurückgerechnete Verteilung - in guter Näherung $U(x,y) = \exp[j\phi(x,y)]$ entspricht. Stellt man n solcher dünnen Phasenobjekte hintereinander, wobei jedes Element für sich die Phasenverschiebung $\phi_\nu(x,y)$ hervorrufen möge, so gilt im allgemeinen für die auf die Mittenebene zurückgerechnete Amplitudenverteilung nicht

$$U^{(n)}(x,y) = \exp[j \sum_{\nu=1}^{n} \phi_\nu(x,y)] \tag{48a}$$

sondern

$$U^{(n)}(x,y) = A(x,y)\cdot\exp[j\psi(x,y)] \tag{48b}$$

mit $A(x,y)\neq 1$ und $\psi(x,y)\neq \sum_{\nu=1}^{n} \phi_\nu(x,y)$. Solch ein Objekt, dessen einzelne Elemente nur die Phase drehen, das insgesamt jedoch auch die Amplitude verändert, nennt man dickes Phasenobjekt. Da nur dünne Phasenobjekte mit den in Kapitel 3.3. beschriebenen Methoden einfach und in geschlossener Form behandelt werden können, muß man sich möglichst auf solche beschränken, für die Gleichung (48a) gilt.

Es stellt sich damit die Frage, wann Phasenobjekte noch als dünn in diesem Sinne angesehen werden können. Aus der Literatur ist die Bedingung dafür bei einer ebenen, sinusförmigen Schallwelle der räumlichen Frequenz f_o, die sich senkrecht zur Einfallsrichtung z des Lichtes ausbreitet und eine maximale Phasenverschiebung $\phi_o = \Sigma\phi_{o\nu}$ bewirkt, bekannt. Sie lautet

$$z_o f_o^2 \phi_o \leq \frac{\pi n_o}{8\lambda} \tag{49}$$

Dabei ist z_o hier die Ausdehnung der Schallwelle in z-Richtung, n_o der Brechungsindex des Mediums und λ die Lichtwellenlänge. Die Ungleichung (49) heißt Raman-Nath-Bedingung (siehe z.B. /29/).

Um Formel (49) zu überprüfen, wurde ein dickes Sinus-Phasengitter mit den Hilfsmitteln der Fourieroptik untersucht. Dazu wurde es in n Scheiben der Dicke $\Delta z = z_o/n$ und mit der Transmittanz $t_\nu = \exp[j\Delta\phi_o \cos(2\pi f_o x)]$ mit $\Delta\phi_o = \phi_o/n$ zerlegt. In jeder dieser Scheiben kann man sich die Lichtausbreitung so vorstellen, daß zunächst die entsprechende Phasendrehung vorgenommen wird und dann der Einfluß des Raumes durch seine Übertragungsfunktion $H(f_x,f_y) = \exp[-j\pi\lambda\Delta z(f_x^2+f_y^2)]$ berücksichtigt wird. Dies erfordert einen ständigen Übergang vom Ortsbereich in den Raumfrequenzbereich; die Rechnung wird dadurch relativ kompliziert. Für nicht zu große ϕ_o - Glieder in ϕ_o^3 und höher wurden vernachlässigt - konnte eine Rekursionsformel abgeleitet werfen. Durch Grenzübergang $n\to\infty$ ergab sich schließlich für die Verteilung hinter dem Objekt

$$U(x,y) = 1 + \frac{1-\varepsilon_o}{\beta}\phi_o \cos(2\pi f_o x) + \frac{\varepsilon_o^4 - 4\varepsilon_o + 3}{24\beta^2}\phi_o^2 \cos(4\pi f_o x) + \frac{j\beta - 1 + \varepsilon_o}{2\beta^2}\phi_o^2 \tag{50}$$

$$\text{mit} \quad \beta = \pi\lambda z_o f_o^2, \qquad \varepsilon_o = \exp[-j\beta]$$

Diese Verteilung wurde auf die Mittenebene des Objektes zurückgerechnet und dann mit $U'(x,y) = \exp[j\phi_o \cos(2\pi f_o x)]$ für verschiedene ϕ_o, z_o und f_o verglichen. Die Gültigkeit der Raman-Nath-Bedingung (49) konnte damit bestätigt werden.

3.6. Raman-Nath-Bedingung für die untersuchten Kavitationsstoßwellen

Um die Frage zu beantworten, ob die zu untersuchenden Kavitationsstoßwellen als dünne Phasenobjekte angesehen werden können, wurde ein Modellimpuls mit rechteckigem Profil betrachtet (Abb. 5). Dabei sei vorausgesetzt, daß seine Breite δ sehr viel kleiner ist als der momentane Radius r_o. Die maximale Phasenverschiebung wird bei $x=r_o-\delta$ erreicht. Der Lichtweg hat dort aus geometrischen Gründen einen Wert von $z_o=\sqrt{8r_o\delta}$. Als höchste wesentliche Raumfrequenz f_o kann man wie allgemein üblich einen Wert von $f_o = 1/(3\delta)$ ansetzen. Die maximale Phasenverschiebung beträgt $\phi_{max} = mpz_o$, wobei p den Druck in der Stoßwelle bezeichnet ($m = k\sigma = 0{,}21\ bar^{-1}mm^{-1}$ für Wasser). Die Raman-Nath-Bedingung erhält dadurch die Form

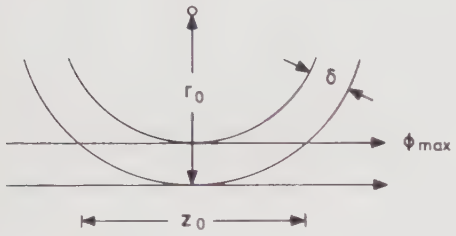


Abb. 5: Modellstoßwelle mit rechteckigem Druckprofil

$$\frac{p_o}{\delta} \leq 10^4 bar\ mm^{-1} \qquad (51)$$

wobei p_o der nach dem 1/r-Gesetz auf den Abstand r_o = 1 mm zurückgerechnete Druck ist. Dies bedeutet also, daß die Raman-Nath-Bedingung in dieser Näherung unabhängig von r_o, i.e. vom Meßort, ist. Das liegt daran, daß z_o proportional zu $r_o^{1/2}$ und ϕ_{max} proportional zu $r_o^{-1} \cdot r_o^{1/2} = r_o^{-1/2}$ ist (vgl. Gleichung (49)).

Gemessen wurden Drucke p_o im Bereich von etwa 50 bar und Pulsbreiten δ nicht unter 15 µm (siehe Kapitel 4.2., 5.3. und 6). Die Raman-Nath-Bedingung kann somit als erfüllt angesehen werden. Ein experimenteller Beweis ist die Tatsache, daß mit einer Apparatur nach Abb. 2 ohne Raumfilter, d.h. bei einer einfachen Abbildung, konstante Intensität in der Bildebene festgestellt wurde. Allerdings mußte darauf geachtet werden, daß sich die Mittenebene des Objekts

möglichst genau in der vorderen Brennebene der ersten Linse befand. Dies ist auch theoretisch leicht einzusehen, denn andernfalls bewirkt wiederum die Übertragungsfuktion des Raumes eine Veränderung der Amplitudenverteilung.

3.7. Anforderungen an die Apparatur und experimentelle Einzelheiten

Um abschätzen zu können, welche Anforderungen an die verwendeten Linsen bzw. Objektive zu stellen sind, muß man zunächst nach der möglichen oberen Grenzfrequenz in den Phasenobjekten fragen. Machen wir für den Phasenverlauf im Objekt den Ansatz $\phi(x) = \phi_o \cdot \exp[-x^2/\delta^2]$, so hat das entsprechende Phasenobjekt die Form

$$U_o(x) = \exp[i\phi(x)] = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(i\phi_o \exp[-x^2/\delta^2])^\nu}{\nu!} \tag{52}$$

Unter der realistischen Annahme $|\phi_o| \leq \pi$ können wir in dieser Entwicklung Glieder mit $\nu > 9$ auf jeden Fall vernachlässigen, da $|\phi_o|^\nu/\nu! \leq 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ für $\nu > 9$. Die räumliche Fouriertransformierte von U_o ist dann gegeben durch

$$\mathcal{F}_x\{U_o(x,y)\} = \sum_{\nu=0}^{9} (i)^\nu \frac{\phi_o^\nu}{\nu!} \left(\frac{\delta}{\sqrt{\nu}} \sqrt{\pi} \exp[-\pi^2 f_x^2 (\delta/\sqrt{\nu})^2]\right) \tag{53}$$

Die Grenzfrequenz eines einzelnen Summanden beträgt somit $f_x^{gr} = \sqrt{\nu}/(\pi\delta)$ und die absolute Grenzfrequenz

$$f_x^{gr} = \frac{3}{\pi\delta} \tag{54}$$

Für $\delta = 15$ µm ergibt f_x^{gr} etwa 60 mm^{-1}. Zu dieser Raumfrequenz gehört ein Beugungswinkel von $\alpha_{gr} = \lambda f_x^{gr} = 3 \cdot 10^{-2}$. Um diesen Winkelbereich erfassen zu können muß die erste Linse eine numerische Apertur von 1:16 besitzen. Das im Experiment verwendete Objektiv hatte eine Brennweite von 85 mm und eine effektive Öffnung von 25 mm, somit also eine numerische Apertur von 1:3,4, die bei weitem ausreichend ist. Wie man sich leicht überlegen kann,

muß der absolute Durchmesser der zweiten Linse nur wenig größer als der der ersten Linse sein, da das Objekt sehr klein ist und sich außerdem bei der Messung auf der optischen Achse befindet.

Wichtig für die Qualtität der Messungen sind ferner die durch das Linsensystem bedingten Aberrationen. Dabei ist der Korrektionszustand des ersten Objektivs von besonderer Bedeutung. Die Deformation der Wellenfronten betrug bei ihm weniger als $\lambda/8$ bei voller Ausnutzung der Apertur. Da die Aberrationen gewöhnlich quadratisch mit der Öffnung wachsen, diese aber nur etwa zu einem Fünftel ausgenutzt wurde, wird das Auflösungsvermögen der Apparatur durch das Linsensystem in keiner Weise beschränkt.

Da der gute Korrektionszustand eines Objektivs stets nur für eine bestimmte Objektweite - in diesem Fall die Brennweite - gilt, konnten die Raumfrequenzfilterungsmethoden nicht mit einer einzelnen Linse durchgeführt werden. Darauf wurde bereits in Kapitel 3.3. hingewiesen.

Eine untere räumliche Frequenzgrenze der Apparatur ist dadurch gegeben, daß die einfallende Lichtwelle nicht unendlich ausgedehnt ist, sondern durch den Querschnitt des Laserstrahls gegeben ist. Objekte, die größer als dieser Querschnitt sind, können auf diese Weise also nicht untersucht werden. Sind sie darüber hinaus nicht wesentlich kleiner als dieser Querschnitt, so muß die Intensitätsverteilung im Laserstrahl, die in der niedrigsten Transversalmode ein Gaußprofil hat, berücksichtigt werden. Diese Intensitätsverteilung wurde im übrigen durch eine Modenblende im Laserresonator gewährleistet. Eine Reduktion der Ausgangsleistung von 1500 mW auf 1200 mW mußte man dabei in Kauf nehmen. Da der Bereich, in dem die Stoßwellen eine wesentlich von Null verschiedene Phasenverschiebung hervorrufen, sehr klein ist im Vergleich zur Breite des Laserstrahls und sich dieser Bereich im Moment der Messung stets in der Mitte des Strahls, i.e. nahe dem Urbild der Mikrolochblende, befindet (vgl. Abb. 2), so ist die Intensitätsverteilung im Laserstrahl bei diesem Versuchsaufbau nicht von entscheidender Bedeutung.

Beim Dunkelfeldverfahren wird eine weitere untere Raumfrequenzgrenze durch die Größe des verwendeten abschattenden Punktes gegeben. Um die notwendige Größe dieses lichtundurchlässigen Flecks, der in Kapitel 3.3. als unendlich klein angenommen wurde, abzuschätzen, muß man zunächst die Größe des Brennpunktes unter den gegebenen Verhältnissen berechnen. Diese ergibt sich durch Fouriertransformation der komplexen Amplitudenverteilung im einfallenden Laserstrahl, die man in der Form $U_\infty(x,y) = \exp[-(x^2+y^2)/b_s^2]$ ansetzen kann. Die Größe b_s ist dabei der Abstand vom Mittelpunkt, bei dem die Intensität $I_\infty(x,y)$ auf $1/e^2$ abgefallen ist. Man erhält damit in der Brennebene

$$U_f(x_f,y_f) = \frac{1}{j\lambda f}\,\pi b_s^2\,\exp\left[-\frac{\pi^2 b_s^2}{\lambda^2 f^2}\,(x_f^2+y_f^2)\right] \tag{55}$$

also wiederum ein gaußförmiges Profil. Die $1/e^2$-Punkte der entsprechenden Intensität liegen bei einem Radius

$$r_e = \frac{\lambda f}{\pi b_s} \tag{56}$$

um die optische Achse. In unserem Fall (λ = 514 nm, f = 85 mm, b_s = 0,75 mm) ergibt sich damit ein Durchmesser des Brennflecks von 37 µm. Der verwendete lichtundurchlässige Punkt muß größer als der Brennfleck sein. Da das Raumfrequenzspektrum, das die Kavitationsstoßwellen hervorrufen, im wesentlichen eindimensional ist und zwar in Richtung des Lotes vom Ursprung der Stoßwellen auf den Laserstrahl, konnte im Experiment statt dieses Punktes ein senkrecht dazu stehender Draht verwendet werden. Dieser hatte einen Druchmesser von d_f = 150 µm und führte damit zu einer unteren räumlichen Grenzfrequenz von $f_x^{u.gr.} = (d_f/2)/\lambda f = 1{,}7\ \text{mm}^{-1}$. Für die untersuchten, kurzen Stoßwellen ist diese Frequenz sehr niedrig und beeinträchtigt die Messungen gegenüber der Theorie in Kapitel 3.3. in keiner Weise.

Eine wichtige Anforderung an das Abbildungssystem ist weiterhin, daß keine Fokussierungsfehler auftreten dürfen, d.h. die Mittenebene der Stoßwelle muß sich möglichst exakt in der vorderen

Brennebene der ersten Linse befinden. Die Fehler, die durch Abweichungen davon auftreten, lassen sich wie Aberrationen durch eine Phasenverschiebung $W(f_x, f_y)$ in der Raumfrequenzebene beschreiben. Um diese Phasenverzerrung in unserem Falle für Raumfrequenzen bis 50 mm^{-1} kleiner als $\lambda/10$ zu halten, darf das Objekt höchstens um ±0,3 mm von der Brennebene entfernt sein. Dies erfordert, daß die kollabierenden Kavitationsblasen innerhalb dieser Genauigkeit reproduzierbar an einem Orte erzeugt werden können. Mit dem in Kapitel 2. beschriebenen Masonhorn, dessen Durchmesser am unteren Ende nur 2 mm betrug und das zusätzlich auf der unteren Fläche leicht vorgekörnt wurde, ließ sich dies erreichen. Um das System leicht justieren zu können, befand sich der Ultraschallwandler - wie übrigens auch das Raumfilter - auf einem Verschiebetisch mit Feinverstellung.

Wie bereits in Abschnitt 3.1. erwähnt, spielt die Größe der Mikrolochblende vor dem Photomultiplier, mit deren Hilfe das raumfrequenzgefilterte Bild abgetastet wird, in Verbindung mit dem Vergrößerungsfaktor eine entscheidende Rolle für das Auflösungsvermögen der Apparatur. Das verwendete "Pinhole" hat einen Durchmesser von 5 µm. Die Vergrößerung M ergibt sich aus dem Verhältnis der Brennweiten der beiden Objektive (f_1 = 85 mm, f_2 = 400 mm) zu M = 4,7. Das geometrisch optische Urbild der Mikrolochblende in der Objektebene hat somit eine Größe von etwa 1 µm. Eine sich mit Schallgeschwindigkeit ausbreitende Kavitationsstoßwelle benötigt für diese Strecke etwa 0,7 nsec. Dies ist ungefähr die Anstiegszeit der Intensität hinter dem Pinhole für eine ideale Diskontinuität im Objektbereich. Die erreichte Anstiegszeit der Apparatur wird mit 2 nsec durch den Photomultiplier gegeben, dessen Signal auf einem schnellen 350 MHz-Oszillographen TEK 485 angezeigt wurde. Der Photomultiplier (RCA-8645) wurde mit 50 Ω, dem Wellenwiderstand der gebräuchlichen Koaxialkabel, abgeschlossen.

Ein Problem bei den Messungen stellt das Rauschen des Photomultiliers dar, das prinzipiell unvermeidlich ist (shot-noise). Da die Photonen einer Poisson-Statistik gehorchen, ist das Signal-Rauschverhältnis proportional zur Wurzel aus der Intensität (siehe z.B.

/30/). Bei dem verwendeten Photomultiplier darf der Anodenstrom über 30 Sekunden gemittelt maximal 0,1 mA betragen. Um die Intensität erhöhen und damit das Signal-Rauschverhältnis verbessern zu können, wurde die ganze Apparatur mit Hilfe einer rotierenden Lochscheibe gepulst betrieben. Die Öffnungszeit betrug etwa 2 msec bei einem Tastverhältnis von 1:50. Eine Eichung des Photomultipliers in diesem Betrieb ergab bis zu den maximal bei 0,4 mA liegenden Anodenströmen einen guten linearen Zusammenhang zwischen Intensität und der auf dem Oszillographen angezeigten Spannung. Der Korrelationskoeffizient lag über 0,999.

Der die Kavitation erzeugende Ultraschallschwinger wurde ebenfalls gepulst und zwar mit einer Frequenz von 0,2 Hz. Dies war nötig, um zu verhindern, daß sich während der Messung Mikroblasen, die beim Kollaps entstehen, im Strahlengang befinden. Die Pulsdauer betrug 40 msec, wobei der Zeitpunkt des Lichtpulses etwa 30 msec nach Beginn der Beschallung lag. Die Kavitation war dann bereits voll ausgebildet.

Auf eine Beschreibung des elektrischen Teils der Apparatur kommen wir in Kapitel 6. zurück bei der Beschreibung des endgültigen Versuchsaufbaus, bei dem das hier beschriebene Verfahren und die in Kapitel 5. zu besprechende zweite Meßmethode simultan angewendet werden.

4. Meßergebnisse

4.1. Ebene Ultraschallwelle als Testobjekt

Das in Kapitel 3. beschriebene Verfahren wurde zunächst mit Hilfe eines bekannten Phasenobjektes getestet. Zu diesem Zwecke bot sich eine ebene, sich senkrecht zur Lichteinfallsrichtung ausbreitende Ultraschallwelle an. Theoretisch wurde dieses Objekt im Abschnitt 3.5. bereits behandelt.

Abb. 6 zeigt einen Aufbau, mit dem entweder das Beugungsbild oder das raumfrequenzgefilterte Bild wie in Abb. 2 untersucht werden kann. Die Ultraschallwelle wird durch einen Quarzwandler erzeugt, der von einem Sender mit einer Ausgangsleistung von mehr als 10 W betrieben wird. Für nicht zu kleine Frequenzen ergeben sich nach Gleichung (45) diskrete Beugungsordnungen im Fernfeld.

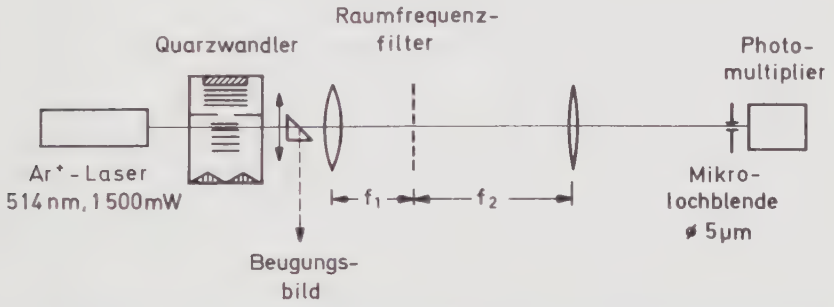


Abb. 6: Apparatur zur Untersuchung einer ebenen Ultraschallwelle (Testobjekt)

Aus ihrer Lage und relativen Intensität kann man auf die Frequenz und den durch die Ultraschallwelle erzeugten Phasenhub schließen (vgl. 3.5.). Dabei muß darauf geachtet werden, daß die Raman-Nath-Bedingung (49) erfüllt ist; gegebenenfalls muß man die Ausdehnung z_o des Schallfeldes in Richtung des einfallenden Lichtes durch eine Blende vor dem Quarzwandler begrenzen. Die aus dem Beugungsbild gewonnenen Meßwerte wurden nun mit den Ergebnissen verglichen, die man aus den Multipliermessungen erhält. Abb. 7

zeigt zwei Oszillogramme, die mit dem Schlieren- und dem Dunkelfeldverfahren aufgenommen wurden. Die daraus entnommenen Werte

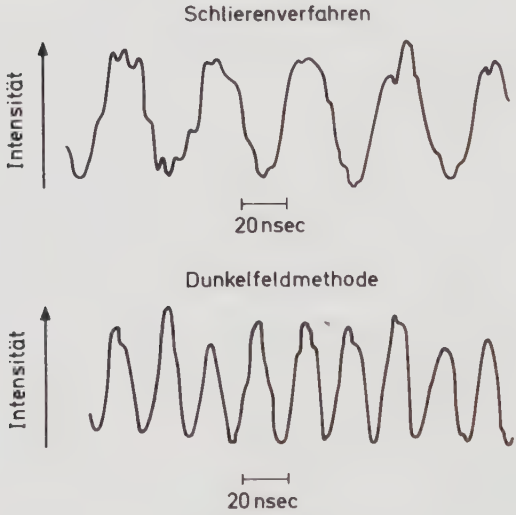


Abb. 7: Messungen an ebenen Ultraschallwellen
ν = 23,7 MHz
Reproduktionen von Oszillographenaufnahmen

für die Frequenz stimmen sehr genau mit denen überein, die aus dem entsprechenden Beugungsbild gewonnen wurden. Hingewiesen sei in diesem Zusammenhang darauf, daß die Kennlinie der Dunkelfeldmethode hier zu einer Frequenzverdopplung gegenüber dem Schlierenverfahren führt (vgl. Abschnitt 3.3.5.). Bezüglich des Phasenhubes ergaben sich maximal Unterschiede von ±5%.

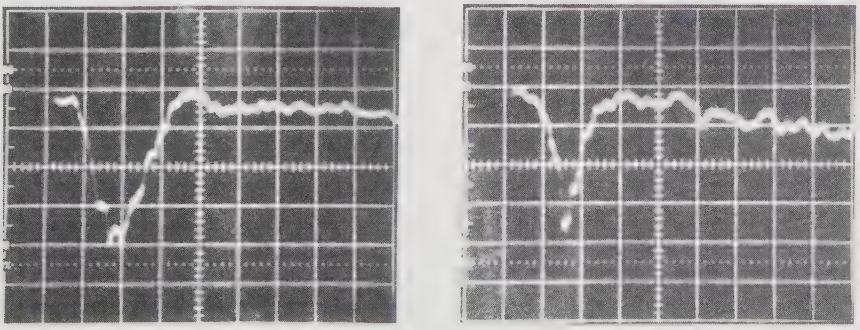
Da ein geeigneter Leistungssender zum Betrieb des Quarzwandlers nur bis 25 MHz zur Verfügung stand, lag die höchste Meßfrequenz bei 23,7 MHz entsprechend 16 Linien/mm. Es bestünde die Möglichkeit, statt Wasser etwa Pentan als Medium zu benutzen; dies würde wegen der geringeren Schallgeschwindigkeit zu Raumfrequenzen führen,

die um den Faktor 1,5 höher liegen. Darauf wurde verzichtet, da einerseits kein Grund zu der Annahme vorlag, die apparativ bedingte Anstiegszeit sei wesentlich größer als 2 nsec - wie in Kapitel 3.7. dargelegt, andererseits die Multipliermessungen der Kavitationsstoßwellen durch ein zweites, weitgehend unabhängiges Verfahren überprüft wurden (siehe Kapitel 5. und 6.).

Ultraschallzellen, wie die hier beschriebene, werden im übrigen wegen ihrer Eigenschaft, einfallendes Licht abzubeugen, vielfach als schnell schaltbare Strahlteiler benutzt, so z.B. von Hinsch und Bader /31/ und Ebeling /32/. Allerdings bemüht man sich bei solcher Anwendung nicht um Einhaltung der Raman-Nath-Bedingung, sondern betreibt die Zelle im Gegenteil möglichst im Bragg-Bereich, um auf diese Weise mehr Intensität in eine Beugungsordnung ablenken zu können.

4.2. Messungen an Kavitationsstoßwellen und Ergebnisse

Zwei typische Oszillogramme von Kavitationsdruckimpulsen, die mit der in Abb. 2 schematisch dargestellten Apparatur gewonnen wurden, sind in Abb. 8 gezeigt. Dabei handelt es sich um Messungen mit Hilfe des Dunkelfeldverfahrens; die Zeitablenkung beträgt 20 nsec/Skalenteil. Der Meßort, i.e. das Urbild der Mikrolochblende im



a b

Abb. 8: Oszillogramme von Kavitationsstoßwellen (Dunkelfeldverfahren) Zeitablenkung 20 nsec/Skalenteil

Objektbereich befand sich in einem Abstand von r_o = 4,2 mm vom Kollapspunkt der Kavitationsblasen. Er lag nicht senkrecht unter dem Mason-Horn, vielmehr bildete die Verbindungslinie Meßort-Kollapspunkt etwa einen Winkel von 45^o zur Längsachse des Horns. Dadurch konnte die Wahrscheinlichkeit, daß sich während der Messung Mikroblasen im Strahlengang befinden, entscheidend verringert werden, da diese beim Kollabieren entstehen und vorzugsweise nach unten ausgestoßen werden. Der Meßzeitpunkt lag stets etwa 30 msec nach Beginn der Beschallung.

Da ein wesentliches Anliegen dieser Arbeit in der Abschätzung der bei der Kavitation auftretenden Spitzendrucke bestand, wäre ein möglichst geringer Abstand r_o wünschenswert, um von theoretischen Überlegungen bezüglich der Stoßwellenausbreitung (vgl. Kapitel 7.) loszukommen. Prinzipiell steht einer Reduktion dieses Abstandes auf etwa 0,5 mm nichts im Wege, da die Raman-Nath-Bedingung in der Form (51) in erster Näherung unabhängig vom Meßort ist. Die Phasenverschiebung nimmt ungefähr proportional zu $r_o^{-1/2}$ zu, wie man sich an dem Modellimpuls in Abb. 5 überlegen kann. Betrug sie bei dem gewählten Abstand maximal etwa $\pi/2$, so hat man bei einem Zehntel dieses Abstandes mit größenordnungsmäßig $3\pi/2$ zu rechnen. Beim Dunkelfeldverfahren ist damit der Monotoniebereich der Funktion $I_i(\phi)$ überschritten (vgl. (20) und Abb. 3), die Messungen bleiben jedoch interpretierbar. Andererseits nimmt jedoch die Genauigkeit, mit der r_o festgelegt werden kann, mit kleiner werdendem Abstand offenbar ab. Bei sehr geringen Abständen müßte man gleichzeitig hochfrequenzkinematographische Aufnahmen machen und daran den Kollapspunkt ablesen. Dieser zusätzliche Aufwand wurde nicht getrieben, denn wirklich interessante Abstände von einigen Mikrometern - in dieser Größenordnung liegen die Minimalradien der Blasen - sind unmöglich erreichbar, so daß man eine theoretische Extrapolation der Meßwerte sowieso nicht umgehen kann.

Aus Oszillogrammen, wie den in Abb. 8 gezeigten, kann man die Breite der Stoßwellen sofort abschätzen, wenn man näherungsweise von einem rechteckigen Druckprofil ausgeht (vgl. Abb. 5). Die Anstiegszeit des Signals gibt dann wegen des integralen Zusammen-

hanges zwischen Phase und Brechungsindex die volle Breite δ der Pulse wieder; für Abb. 8a erhält man somit ungefähr 15 nsec entsprechend 22 µm. (Die Umrechnung der Zeitfunktion auf eine Ortsfunktion ist wegen $\delta << r_o$ ohne weiteres möglich). Die genaue Auswertung erfolgte numerisch mit der in Kapitel 2. beschriebenen Methode unter Verwendung von Gleichung (21). Die Eingabe der Oszillogramme in den Rechner wurde in einfacher Weise durch Benutzung eines graphischen Eingabegerätes "Graph-Pen" möglich; die Kurve wird dabei mit einem speziellen Stift abgefahren und dabei werden die Koordinaten vom Rechner laufend in den Kernspeicher übernommen. Einige auf diese Weise gewonnene und darüber hinaus geglättete Stoßwellenprofile sind in Abb. 9a-c gezeigt. Die Drucke wurden nach dem 1/r-Gesetz (vgl. Kapitel 7.) auf den Abstand r_o = 1 mm zurückgerechnet. Der Nullpunkt der x-Skala ist

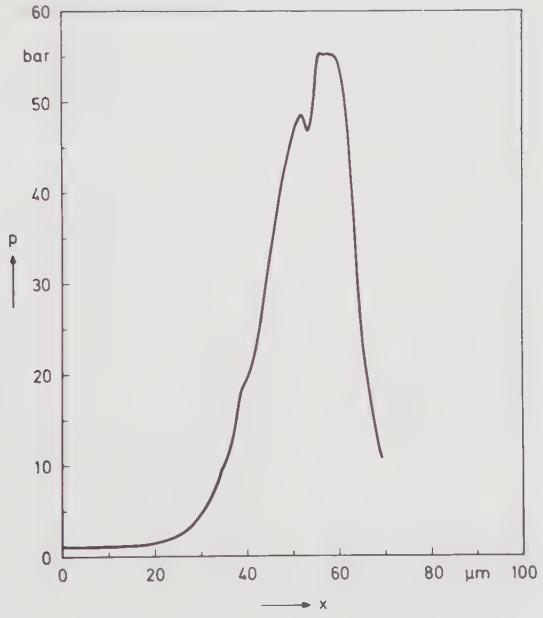
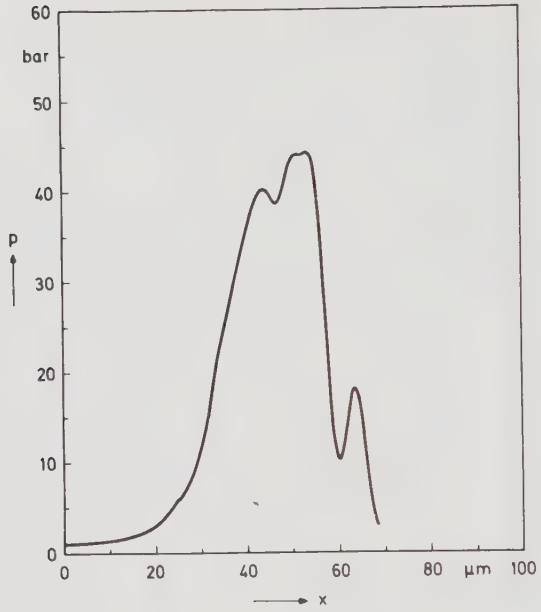
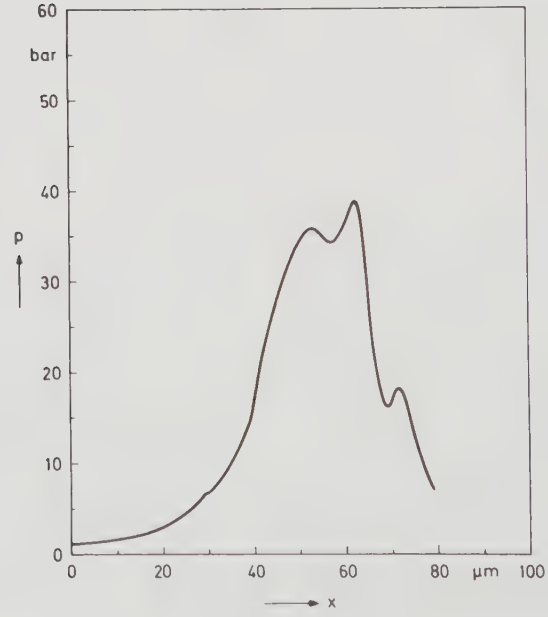


Abb. 9a: Stoßwellendruckprofil, bezogen auf einen Abstand r_o = 1 mm vom Kollapszentrum



b



c

Abb. 9b,c: Stoßwellendruckprofile, bezogen auf einen Abstand r_o = 1 mm vom Kollapszentrum

im übrigen willkürlich gewählt, wobei noch bemerkt werden muß, daß sich die Stoßwellen in Abb. 9 von rechts nach links bewegen, d.h. die Koordinate ihrer Front entspricht kleineren x-Werten. Diese Auftragung ergab sich, da die Ortsskala einfach durch Multiplikation mit der Schallgeschwindigkeit aus der Zeitskala der Oszillogramme berechnet wurde. (Die Abweichung der Stoßwellengeschwindigkeit am Meßort von der Schallgeschwindigkeit ist vernachlässigbar klein). Die so erhaltenen Maximaldrucke ergeben Werte bis zu 60 bar, die Anstiegszeiten und Halbwertsbreiten der Pulse liegen zwischen 10 und 20 nsec entsprechend 15 bis 30 µm. Eine Ausdehnung der berechneten Druckverläufe auf das Hinterland der Stoßwellen ist prinzipiell möglich, es wurde jedoch darauf verzichtet, da dort die möglichen Meßfehler zu groß werden könnten. Dies liegt an der integralen Art der Meßmethode, die zu einem Aufsummieren der Fehler führt.

5. Verfahren zur Bestimmung der wesentlichen Stoßwellenparameter aus dem Beugungsbild

5.1. Meßapparatur zur Aufnahme der Beugungsbilder

Eine zweite Meßmethode, mit der die Ergebnisse des ersten Verfahrens überprüft wurden, ist schematisch in Abb. 10 dargestellt. Der Aufbau ist prinzipiell denkbar einfach und kommt mit einem Minimum an optischen Komponenten aus. Dies ist insofern als Vorteil anzusehen, da mögliche Fehlerquellen und auflösungsbegrenzende Elemente somit ausgeschaltet sind. Registriert wird mit dieser Methode das Beugungsbild, das die Stoßwelle im Fernfeld hervorruft. Die allgemeine Form des Beugungsbildes ist durch Gleichung (13) (Abschnitt 3.2.) in Fresnel-Näherung gegeben; die komplexe Amplitudenverteilung entspricht also im wesentlichen - aber nicht genau - der zweidimensionalen Fouriertransformierten des Objektes, die Intensität demnach deren Betragsquadrat, dem Leistungsspektrum. Der Zweck des Verfahrens besteht nun darin, aus dieser Intensität, die photographisch registriert werden kann, Rückschlüsse auf das Objekt zu ziehen. Wichtig ist es, in diesem Zusammenhang nach dem Einfluß der Bewegung der Stoßwellen auf das Beugungsbild zu fragen. Entscheidend vereinfacht würde dies Problem, wenn man statt (13) Gleichung (14), also die Fraunhofer-Näherung, anwenden könnte, denn in diesem Falle bliebe die Intensitätsverteilung im Beugungsbild wegen der Translationsinvarianz des Leistungs-

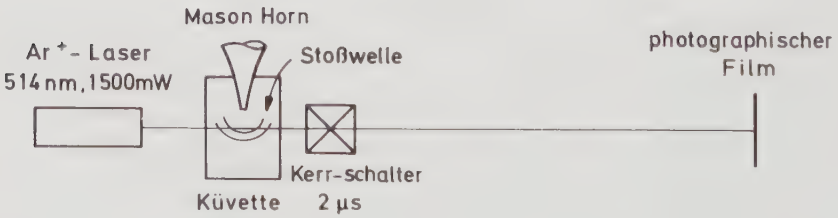


Abb. 10: Versuchsaufbau (schematisch) zur Registrierung des Beugungsbildes

spektrums

$$(58) \qquad |\mathcal{F}_{xy}\{U(x_o-\bar{x},\ y_o-\bar{y})\}|^2 = |\mathcal{F}_{xy}\{U(x_o,y_o)\}|^2$$

während der Zeit, in der die Stoßwelle den Laserstrahl durchquert, konstant. Setzt man jedoch in die in Kapitel 3.2. angegebene Bedingung für die Anwendbarkeit von Gleichung (14) die Querabmessungen des Laserstrahls ein, so erhält man die Forderung, daß die Ebene des Beugungsbildes sehr viel weiter als 5 m vom Objekt entfernt sein muß. Im Experiment betrug dieser Abstand nur etwa 1 m; trotzdem läßt sich Gleichung (14) - bis auf eine in Abschnitt 5.2. zu besprechende Modifikation - anwenden. Der Grund dafür liegt in der Tatsache, daß die Stoßwelle selbst sehr kurz ist und für sie zu jedem festen Zeitpunkt die Gleichung (14) gilt. Bewegt sie sich nun über den Laserstrahlquerschnitt um größenordnungsmäßig 1 mm, so wandert das Beugungsbild als ganzes um die gleiche Strecke mit. Für das Beugungsbild, das wegen der Kürze der Stoßwellen sehr weit ausgedehnt ist, spielt diese Verschiebung aber kaum eine Rolle. Selbstverständlich werden, wegen der zeitlichen Folge, diese nur wenig gegeneinander verschobenen Beugungsbilder inkohärent überlagert und vom Film integriert. Der große Vorteil dieses Ergebnisses besteht darin, daß man somit keine Momentaufnahme des Beugungsbildes benötigt. Der Film kann während der ganzen Zeit von etwa 1 µsec, in der die Stoßwelle den Laserstrahl durchquert, belichtet werden, ohne daß dies irgendeinen Einfluß auf die Zeitauflösung der Methode hätte. Der in Abb. 10 eingezeichnete Kerr-Schalter, der für etwa 2 µsec geöffnet wird, dient lediglich zur Minimierung des Streulichtes. Der Rest an Streulicht kann nachträglich durch Aufnahmen ohne Druckimpulse berücksichtigt werden.

Vorausgesetzt wurde bei den obigen Betrachtungen, daß sich die Form der Stoßwelle während der Belichtungszeit nicht verändert. Bei ebenen Stoßwellen führt dies zu keiner Einschränkung. Da es sich jedoch bei den untersuchten Kavitationsstoßwellen um Kugelwellen handelt, darf der Meßort nicht zu nahe am Ursprung gewählt werden. Im Experiment hatte daher der Laserstrahl einen Abstand von 16 bis 20 mm vom Masonhorn; dies ist verglichen mit der Breite des Laserstrahls ausreichend, um die Bedingung der Forminvarianz zu erfüllen.

Als photographisches Aufnahmematerial wurden Kleinbildfilme Ilford Mark V benutzt (30 DIN, Zweistufenentwicklung in Emofin). Für eine ausreichende Belichtung bei einem Abstand von 1 m vom Objekt benötigte man eine Laserleistung von mehr als 700 mW. Um die Polarisatoren auf beiden Seiten der Kerrzelle nicht zu beschädigen, wurde auch diese Apparatur mit Hilfe einer rotierenden Lochscheibe gepulst betrieben (Pulslänge 2 msec, Tastverhältnis 1:50). Das hatte darüberhinaus - wegen des endlichen Extinktionsverhältnisses des Kerrschalters von etwa 5000 - den Vorteil, daß das Streulicht auf dem Film weiter vermindert wurde.

Getriggert wurde die Kerrzelle auf die an dem kavitationserzeugenden Ultraschallwandler liegende Wechselspannung, da sich herausstellte, daß die Stoßwellen mit nur geringem Jitter zu festen Phasenlagen ausgesandt werden (vgl. Kapitel 8.). Trotzdem konnte man auf diese Weise nur eine Trefferwahrscheinlichkeit von weniger als 1:3 erreichen. Überwunden wurde dies Problem durch gleichzeitige Anwendung des ersten Meßverfahrens und Triggerung auf das Multipliersignal (vgl. Kapitel 6.).

5.2. Theoretische Form der von Kavitationsstoßwellen erzeugten Beugungsbilder

Um die mit Hilfe der in Abb. 10 schematisch gezeigten Apparatur gewonnenen Beugungsbilder auswerten zu können, sind zunächst einige theoretische Überlegungen notwendig. Einfach zu behandeln sind eindimensionale Objekte, wie die in Abschnitt 4.1. diskutierte ebene Ultraschallwelle, da die durch sie hervorgerufene Phasenverschiebung ϕ nur von einer Koordinate abhängt und somit auch das Beugungsbild eindimensional ist. Dasgleiche gilt für Zylinderwellen, deren Achse senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des einfallenden Lichtes liegt. Die geometrisch-optische Begründung dafür ist die Tatsache, daß das Licht in Richtung des Gradienten des Brechungsindexverlaufs abgelenkt wird und dieser Gradient in den genannten Fällen eine konstante Richtung hat.

Die Behandlung von Kugelwellen ist demgegenüber ungleich komplizierter und im allgemeinen Fall nicht in geschlossener Form durchführbar. Es zeigt sich jedoch, daß unter den gegebenen Versuchsbedingungen trotzdem eine explizite Formel für die Intensität im Beugungsbild angegeben werden kann.

Die Phasenverschiebung ϕ hängt im radialsymmetrischen Feld nur von der ebenen Polarkoordinate $r = \sqrt{(r_o-x)^2-y^2}$ ab. Die im folgenden verwendeten Bezeichnungen ergeben sich dabei aus Abb. 11.

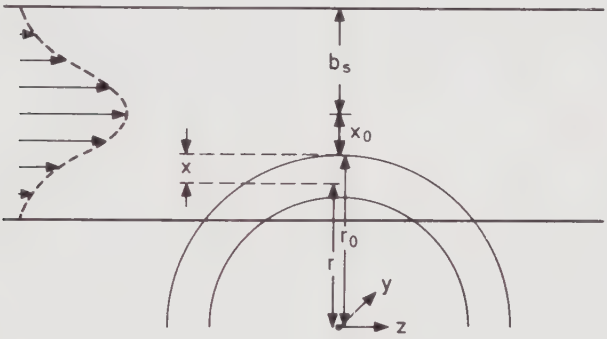


Abb. 11: Schematische Zeichnung zur Herleitung der theoretischen Form der Beugungsbilder

Die Größe r_o sei hier der Radius des Kopfes der Kugelwelle, so daß $\phi(r) = 0$ für $r \geq r_o$. Für $x << r_o$ ergibt sich $r = \sqrt{r_o^2-2r_o[x-y^2/(2r_o)]}$ und damit läßt sich die Phasenverschiebung in der Form darstellen

$$(59) \qquad \phi(x,y) = \begin{cases} \varphi(x - \frac{y^2}{2r_o}) & \text{für } 0 \leq x << r_o \\ 0 & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$

Die Verwendung von φ soll lediglich andeuten, daß die Funktion jetzt nur noch von einer Variablen abhängt. Unter Berücksichtigung

des gaußförmigen Profils des Laserstrahls (vgl. Abschnitt 3.7.) ergibt sich damit als Objektverteilung

$$(60) \quad U_o(x,y) = \hat{U}_o \exp[-x_o^2/b_s^2]\exp[-y^2/b_s^2]\exp[j\varphi(x - \frac{y^2}{2r_o})]$$

Dabei wurde außerdem $x << b_s$ - die Breite des Laserstrahls - vorausgesetzt. Die Abhängigkeit der Phasenverschiebung von der Variablenkombination $u = x-y^2/(2r_o)$ ermöglicht es bei der zweidimensionalen Fouriertransformation von $U_o(x,y)$ die Abhängigkeiten von f_x und f_y in gewissem Maße zu separieren. Für die komplexen Amplituden in der Ebene des Beugungsbildes ergibt sich

$$(61) \quad U_B(f_x,f_y) = \gamma \exp[-x_o^2/b_s^2] \cdot \mathcal{F}_y\{\exp[-\pi(\sqrt{\frac{1}{\pi b_s^2} + jf_x/r_o}\, y)^2]\} * F_o(f_x)$$

$$\text{mit} \quad F_o(f_x) = \mathcal{F}_x\{e^{i\varphi(x)}\} = \mathcal{F}_x\{e^{i\phi(x,o)}\} \; ; \quad \gamma = \text{const}$$

Die Intensität, die noch von dem Parameter x_o abhängt, ist somit gegeben durch

$$(62) \quad I(f_x,f_y;x_o) = |\gamma|^2 b_s \exp[-2x_o^2/b_s^2] \, \frac{|F_o(f_x)|^2}{q(f_x)} \exp[-2f_y^2/q^2(f_x)]$$

$$\text{mit } q(f_x) = \sqrt{\frac{1}{\pi^2 b_s^2} + (\frac{b_s}{r_o} f_x)^2}$$

Die Tatsache, daß die Stoßwelle mit fortschreitender Zeit den Laserstrahl durchquert, kann man nun durch eine Veränderung von x_o berücksichtigen. Da der Film die Intensitäten aufintegriert und $\int I(f_x,f_y;x_o)dx_o$ proportional zu $I(f_x,f_y;O)$ ist, ergibt sich für die registrierte Intensität

$$(63) \quad I(f_x,f_y) = I_o \, \frac{|F_o(f_x)|^2}{q(f_x)} \exp[-2f_y^2/q^2(f_x)]$$

Die Raumfrequenzen f_x und f_y müssen entsprechend $f_x = x_B/(\lambda z_o)$,

$f_y = y_B/(\lambda z_o)$ auf die Raumkoordinaten im Beugungsbild umgerechnet werden (z_o: Abstand Objekt-Beugungsbild). Die Größe $q(f_x)$ stellt nach dieser Formel die Breite des Beugungsbildes in f_y-Richtung dar. Diese Verbreiterung wird durch die Krümmung der Kugelwelle in y-Richtung hervorgerufen. Für große Werte von r_o wird $q(f_x)$ unabhängig von f_x; das entspricht den einleitenden Bemerkungen, denn für $r_o \to \infty$ ist der Druckimpuls als ebene Welle aufzufassen.

In Abschnitt 5.1. wurde die Anwendbarkeit der Fraunhofer-Näherung, die wir in den obigen Rechnungen benutzt haben, bereits diskutiert. An dieser Stelle müssen wir die dortigen Ausführungen noch ein wenig modifizieren: Bei einer Größe für z_o von etwa einem Meter gilt zwar $z_o >> (k/2)x_{max}^2$, nicht aber $z_o >> (k/2)y_{max}^2$. Daher muß gemäß Gleichung (13) unter diesen Verhältnissen angesetzt werden

$$U_B(f_x,f_y) \propto \mathcal{F}_{xy}\{\exp[j \frac{k}{2z_o} y^2] \cdot U_o(x,y)\} \tag{64}$$

Dies führt für die Intensität $I(f_x,f_y)$ lediglich zu einem anderen Wert für $q(f_x)$

$$q(f_x) = \sqrt{\frac{1}{\pi^2 b_s^2} + [\frac{b_s}{r_o}(f_x - f_o)]^2} \tag{65}$$

$$\text{mit} \quad f_o = \frac{r_o}{\lambda z_o}$$

Berücksichtigt man darüber hinaus noch die Krümmung der Phasenfronten im Laserstrahl (bisher wurde eine ebene einfallende Welle vorausgesetzt), so ergibt sich

$$f_o = \frac{r_o}{\lambda z_o} + \frac{r_o}{\lambda \ell} \tag{65a}$$

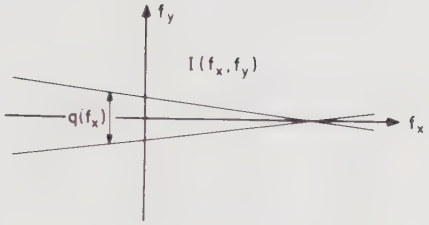
Dabei wurde der Laserstrahl näherungsweise als auslaufende Kugelwelle betrachtet. Aus der Divergenz $\alpha = 0{,}5$ mrad und der Breite b_s des Laserstrahls kann man auf den Ursprung dieser Kugelwelle schließen; er lag in allen Fällen etwa $\ell = 3{,}5$ m vom Objekt entfernt.

In dem Zusammenhang der hier abgeleiteten Formeln (62) bis (65) möchte ich hier nochmals auf die in Abschnitt 5.1. diskutierte Mitbewegung des Beugungsbildes zurückkommen: Bei der großen Ausdehnung des Beugungsbildes in x-Richtung spielt, wie dort erläutert, eine Verschiebung von etwa 1 mm keine Rolle. Bei einem Abstand $z_o \approx 1$ m betrug diese Ausdehnung im Experiment typischerweise etwa 40 mm. Während mit wachsendem z_o die Dimensionen des Beugungsbildes linear anwachsen, andererseits aber die Verschiebung konstant bleibt, kann man durch Vergrößerung dieses Abstandes den Einfluß der Mitbewegung noch weiter herabsetzen. Völlig eliminieren kann man ihn, wenn man in die Apparatur Abb. 10 beispielsweise hinter der Kerrzelle eine konvexe Linse einführt und die Filmebene in ihre Brennebene legt. Dann äußert sich die Bewegung der Stoßwelle nur in einer Veränderung eines Phasenfaktors für die komplexen Amplituden, der bei der Intensitätsbildung wegfällt. In diesem Falle ist die Intensität durch die ursprüngliche Formel (63) mit f_o=O gegeben, d.h. die Fresnel-Korrektur (64) entfällt.

5.3. Auswertung der Beugungsbilder und Ergebnisse

Abb. 12 zeigt ein mit Hilfe der in Kapitel 5.1. beschriebenen Apparatur aufgenommenes Beugungsbild zusammen mit einer schematischen Darstellung. Die experimentellen Werte für $I(f_x,f_y)$ wurden durch mikrodensitometrische Ausmessung solcher Bilder gewonnen. Dazu mußte zunächst der benutzte Film geeicht werden, indem auf ihm durch bekannte Belichtungen Graustufen erzeugt wurden, um so die Abhängigkeit der photographischen Dichte $D = \log 1/\tau$ (τ: Intensitätstransmittanz) als Funktion der Belichtung zu erhalten. Außerdem wurden Bilder ohne Kavitationsdruckimpulse densitometriert, so daß das unvermeidliche Streulicht nachträglich berücksichtigt werden konnte. Die äußeren Parameter bei der Entwicklung der Filme wie Temperatur und Entwicklungszeit wurden möglichst konstant gehalten, um dadurch bedingte Fehler zu minimieren. Die nullte Ordnung, i.e. die Intensität im Bereich $f_x = f_y = O$, ist in allen Fällen so stark, daß eine Bestimmung von $I(f_x,f_y)$ dort

a



b

Abb. 12: Beugungsbild einer Stoßwelle
a) photographische Aufnahme
b) schematische Illustration

unmöglich ist. Ferner sei noch bemerkt, daß Abb. 12 die Grauwertverteilung des Negativs nur sehr unzureichend wiedergibt, da dieses zweimal umkopiert werden mußte.

Eine erste experimentelle Überprüfung der im vorigen Abschnitt hergeleiteten Theorie wird durch die f_y-Abhängigkeit der Intensität im Beugungsbild gegeben. Abb. 13 zeigt ein Densitogramm in f_y-Richtung für einen willkürlichen f_x-Wert. Der daraus unter Berücksichtigung von Filmkennlinie und Rauschuntergrund berechnete Intensitätsverlauf entspricht in guter Näherung dem in der Theorie vorausgesagten Gaußprofil. In erster Näherung (linearer Teil der Kennlinie) muß die photographische Dichte, die in Abb. 13 dargestellt ist, dann eine Parabelform haben; dies ist augenscheinlich annähernd erfüllt. Aus solchen Profilen

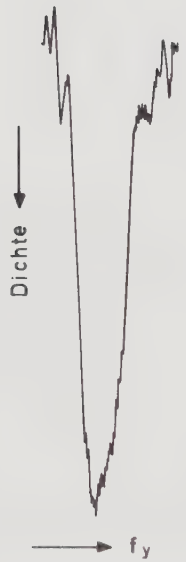


Abb. 13: Densitogramm eines Beugungsbildes in f_y-Richtung

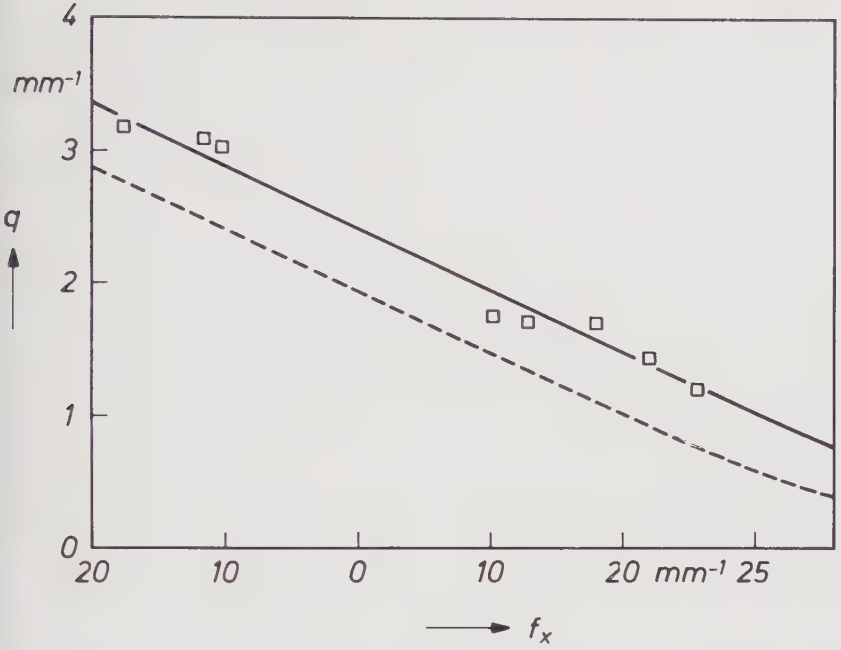
für verschiedene f_x-Werte wurden anschließend die Breiten $q(f_x)$ entnommen und mit den theoretischen Werten verglichen. Abb. 14 zeigt zwei Beispiele einer solchen Überprüfung. Die Übereinstimmung der Meßpunkte mit den durchgezogenen theoretischen Kurven ist offenbar sehr gut; die gestrichelten Kurven ergeben sich, wenn man die Divergenz des Laserstrahls nicht berücksichtigt (vgl. Abschnitt 5.2.). Es sei darauf hingewiesen, daß die theoretischen Kurven nicht etwa an die Meßwerte angepaßt wurden, sondern sich in absoluten Werten aus Formel (65) und (65a) ergeben.

Die durch Formel (63) beschriebene f_y-Abhängigkeit der Intensität, i.e. ein Gaußprofil der variablen Breite $q(f_x)$, kann somit als bestätigt angesehen werden. Um den Phasenverlauf im Objekt herauszufinden genügt es daher, die Intensität

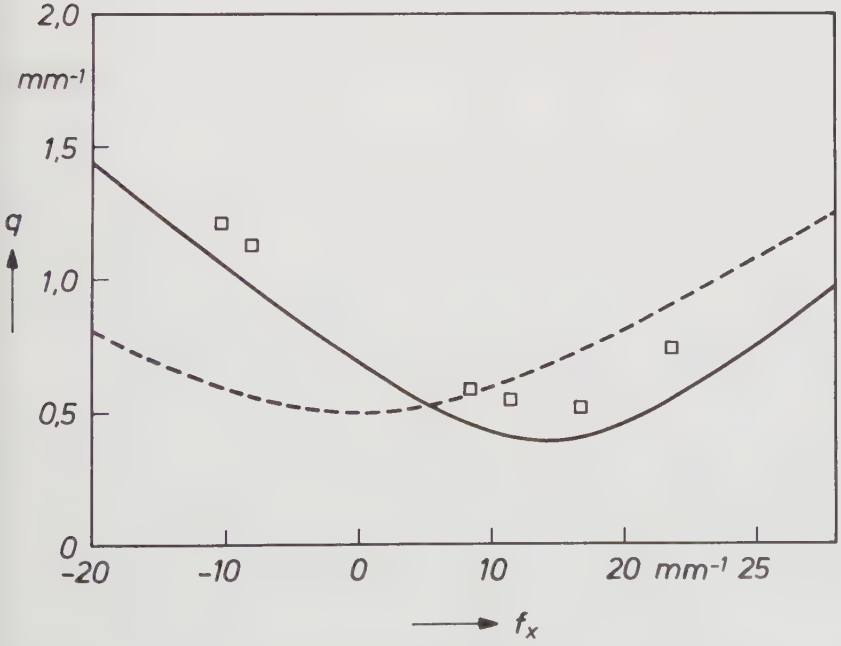
$$(66) \qquad I(f_x,0) = I_o \frac{|F_o(f_x)|^2}{q(f_x)}, \qquad F_o(f_x) = \mathcal{F}_x\{e^{i\phi(x,0)}\}$$

zu betrachten und die Filme dementsprechend nur entlang der f_x-Achse zu densitometrieren. Damit ist das Problem auf das bei einer ebenen Druckwelle zurückgeführt.

Wie aus Gleichung (66) zu ersehen, kann aus der Intensität nur das Betragsquadrat von $F_o(f_x)$ bestimmt werden. Das liegt daran, daß die Information über die Phase der komplexen Lichtamplituden in der Beugungsebene verloren geht. Dieser Informationsverlust hat zur Folge, daß $U_o(x,0) = \exp[j\phi(x,0)]$ im allgemeinen nicht



a



b

Abb. 14: Breite q des Beugungsbildes in f_y-Richtung als Funktion von f_x. Vergleich der Meßwerte mit der Theorie

aus der Intensität berechnet werden kann, sondern nur ihre Autokorrelationsfunktion

$$\tilde{U}_o(x) = U_o(x,0) \circledast U_o(x,0) = \mathcal{F}_x^{-1}\{|F_o(f_x)|^2\} \tag{67}$$

Durch die Nebenbedingungen, daß U_o eine reine Phasenfunktion darstellt und ϕ etwa den Wert π nicht überschreitet, ist die Berechnung von $U_o(x,0)$ u.U. trotzdem möglich. Wahrscheinlich kann man die Phasenverteilung im Objekt zumindest dann berechnen, wenn man die Intensität sowohl im Fresnel-Bereich (Nahfeld) als auch im Fernfeld kennt. Dies führt auf ein kompliziertes System gekoppelter Integralgleichungen.

In dieser Arbeit beschreiten wir einen einfacheren Weg, indem wir einen Ansatz für den möglichen Phasenverlauf im Objekt machen, der durch die Multipliermessungen nahegelegt wird

$$\phi_o(x,0) = \begin{cases} \phi_o \cdot \exp[-\frac{(x-\bar{x})^2}{b_1^2}] & x \geq \bar{x} \\ \phi_o \cdot \exp[-\frac{(x-\bar{x})^2}{b_2^2}] & x < \bar{x} \end{cases} \tag{68}$$

Dies ist sozusagen eine doppelte Gaußfunktion mit den Breiten b_1, b_2 und der Amplitude ϕ_o; der Parameter $\bar{x}$ ist dabei unwesentlich. Durch ein kompliziertes Computerprogramm wird der Intensitätsverlauf (66) mit $\phi(x,0)$ gemäß (68) an die Meßwerte angepaßt, wobei die Parameter b_1, b_2 und ϕ_o so variiert werden, daß die Summe der Fehlerquadrate ein Minimum annimmt. Ein Beispiel für eine solche Anpassung ist in Abb. 15 zu sehen. Die Intensität ist dabei in einem logarithmischen Maßstab aufgetragen. Wie oben bereits erwähnt, konnten für kleine f_x keine Meßwerte aus den Densitogrammen entnommen werden.

Wegen des einfachen Ansatzes (68) kann selbstverständlich mit dieser Methode keine Information über Einzelheiten der Druckwelle gewonnen werden, doch wichtige Parameter wie Breite und Stärke

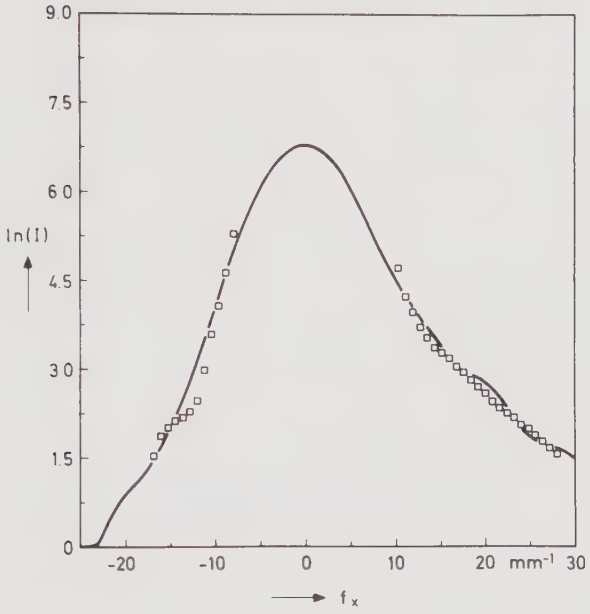
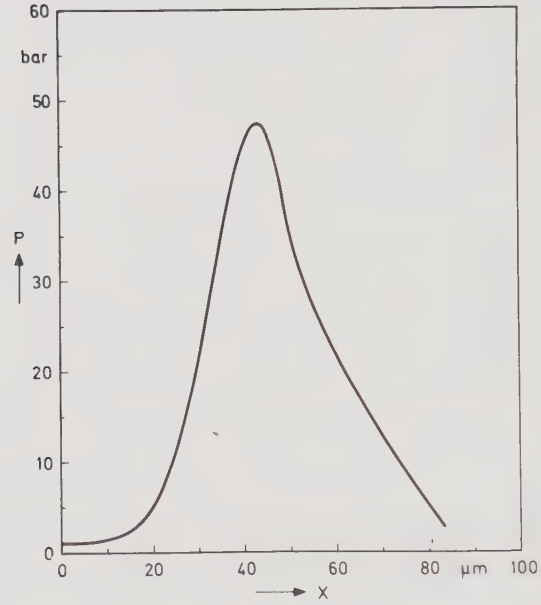


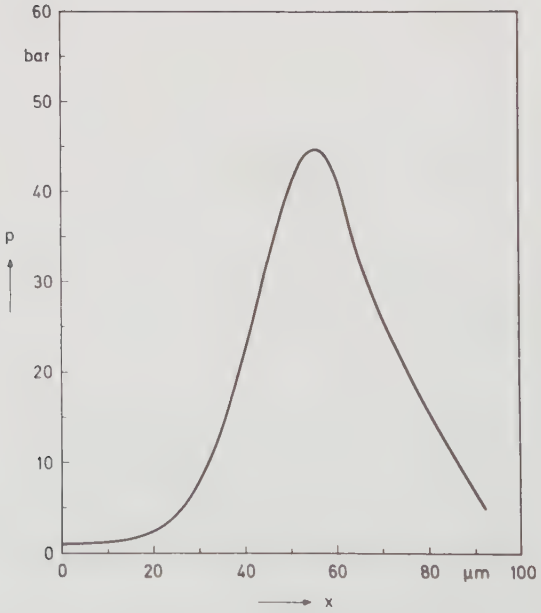
Abb. 15: Anpassung des theoretischen Intensitätsverlaufs im Beugungsbild an die Meßwerte

lassen sich bestimmen. Die Größe ϕ_o ließ sich im übrigen deswegen durch das Anpassungsprogramm gut bestimmen, da die Beugungsbilder unsymmetrisch sind; für kleine ϕ wäre dies wegen $e^{i\phi(x)} \approx 1+i\phi(x)$ nicht möglich gewesen.

Aus den angenäherten, durch die Parameter b_1, b_2 und ϕ_o charakterisierten, Phasenverläufen kann man nun mit Hilfe des in Kapitel 2 beschriebenen Algorithmus die Druckprofile der zugehörigen Kavitationsstoßwellen berechnen. Einige davon sind in Abb. 16 gezeigt. Die Drucke wurden wie bei den Ergebnissen des ersten Meß-



a



b

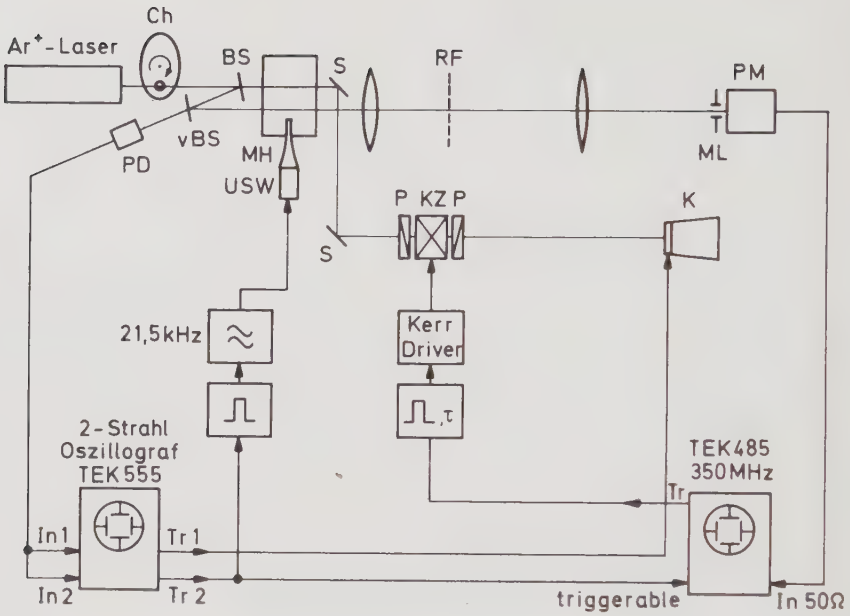
Abb. 16: Stoßwellendruckprofile bezogen auf einen Abstand r_o = 1 mm vom Kollapszentrum (Beugungsbild-Methode)

verfahrens in Kapitel 4. wiederum auf den Abstand r_o = 1 mm umgerechnet. Auch ansonsten ist die Auftragung entsprechend. Die Größen von Anstiegszeit, Halbwertsbreite und Maximaldruck bewegen sich in dem gleichen Bereich wie bei den Multiplier-messungen.

Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß dieses hier beschriebene Verfahren nur auf einzelne Stoßwellen anwendbar ist, d.h. mehrere Stoßwellen, die den Laserstrahl durchqueren, müssen wenigstens einen Abstand von einigen Mikrosekunden haben. Wie früher bereits erwähnt, wurden mit dem verwendeten Mason-Horn fast ausschließlich einzelne Kavitationsblasen erzeugt und damit Stoßwellen, die mindestens um 50 µsec auseinanderlagen (vgl. Kapitel 8.). Befinden sich bei diesem Verfahren trotzdem einmal mehrere Stoßwellen

Abb. 17: Beugungsbild zweier, sich gleichzeitig im Laserstrahl befindenden Stoßwellen

während der Belichtungszeit im Laserstrahl, so macht sich dies - wie Abb. 17 zeigt - deutlich durch Interferenzerscheinungen bemerkbar. Solche Beugungsbilder konnten daher von vornherein ausgesondert werden.



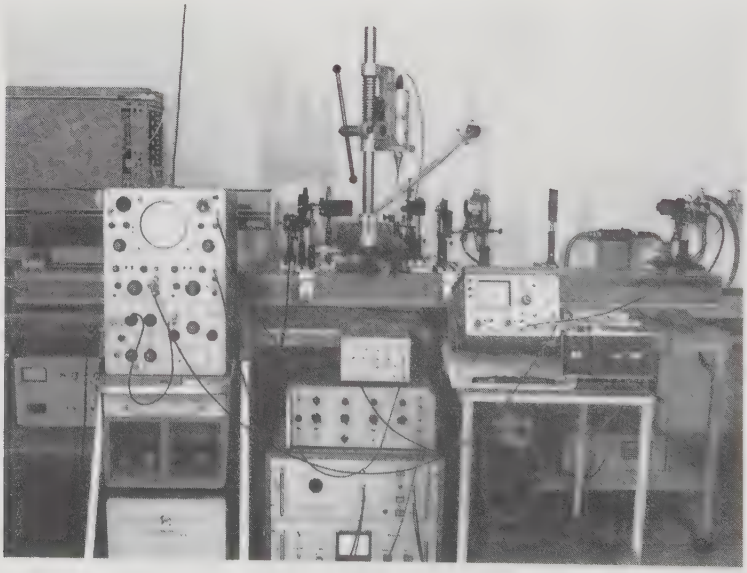


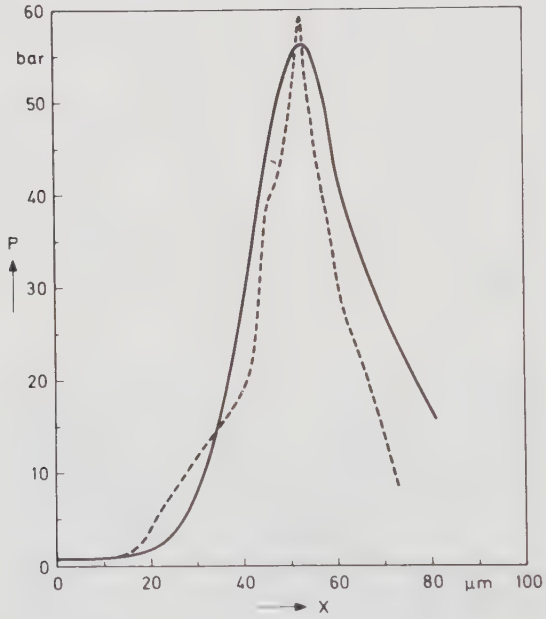
Abb. 18: Bild und schematische Darstellung des Versuchsaufbaus zur simultanen Untersuchung einer Stoßwelle mit beiden Meßverfahren (Ultraschallwandler USW, Masonhorn MH, Strahlteiler BS, Raumfrequenzfilter RF, Mikrolochblende ML, Photomultiplier PM, Photodiode PD, Chopper Ch, Polarisator P, Kerrzelle KZ, Kamera K)

6. Simultane Messungen mit beiden Verfahren und Vergleich der Ergebnisse

Um die beiden bisher beschriebenen Meßmethoden direkt vergleichen zu können, wurden dieselben Kavitationsstoßwellen mit beiden Verfahren simultan untersucht, allerdings in verschiedenen Abständen vom Kollapszentrum der Blasen. Die Apparatur ist in Abb. 18 zusammen mit einer schematischen Darstellung gezeigt; sie stellt lediglich eine Kombination der einzelnen Versuchsaufbauten dar (vgl. Abb. 2 und 10). Der Laserstrahl wird dabei durch einen Strahlteiler BS in zwei Strahlen aufgespalten (die Intensität für die Messung des Beugungsbildes ist etwa um den Faktor 3 höher), die die Küvette parallel in verschiedenen Abständen vom Mason-Horn MH durchqueren (aus zeichnerischen Gründen ist der Ultraschallwandler USW unterhalb der Küvette in die schematische Abbildung eingetragen). Der entferntere Strahl (r_{O2} = 16 mm)dient zur Aufnahme des Beugungsbildes, der andere (r_{O1} = 4,2 mm) für die Multipliermessungen.

Die Apparatur wird wiederum mit Hilfe einer rotierenden Lochscheibe Ch gepulst betrieben (Pulslänge 2 msec, Pulsabstand ca. 60 msec). Ein kleiner Teil der Intensität dieser Pulse gelangt über einen variablen Strahlteiler vBS auf eine Photodiode PD, deren Signal auf beide Eingänge eines Zweistrahl-Oszillographen gegeben wird. Dieser Oszillograph hat im wesentlichen nur die Aufgabe eines Zeitverzögerungsgliedes. Die erste Zeitbasis (5 sec/Skalenteil) wird intern auf einen Puls getriggert, die zweite kann dagegen definiert verzögert werden, in diesem Falle um etwa 30 msec, also auch 30 msec vor dem folgenden Lichtpuls. Der Triggerausgang Tr 1 der ersten Zeitbasis löst einen Elektromagneten aus, der den Verschluß der Kamera K für etwa 80 msec öffnet; die Kamera ist also nur während des zweiten Lichtpulses aufnahmebereit. Der Triggerausgang Tr 2 der zweiten Zeitbasis macht den Meßoszillographen bereit und steuert über einen Pulsgenerator den Sender für den Ultraschallwandler USW an. Dieser zweite 350 MHz-Oszillograph triggert darauf während des zweiten

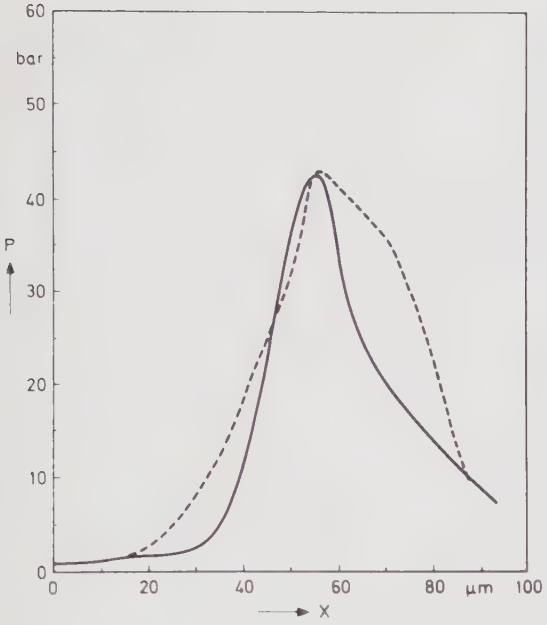
Lichtpulses auf das Photomultipliersignal einer Stoßwelle, das Oszillogramm wird dabei von einer Polaroid-Kamera aufgezeichnet. Gleichzeitig schaltet er - entsprechend der Differenz der Abstände $r_{02} - r_{01}$ verzögert - die Kerrzelle KZ durch. Die Wiederholungsfrequenz des gesamten Meßvorganges ist dabei durch den Sweep der ersten Zeitbasis des Zweistrahl-Oszillographen gegeben und beträgt 50 sec.



a)

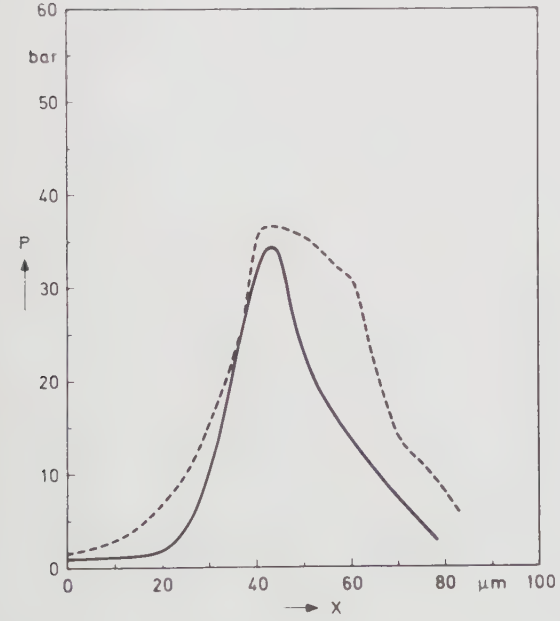
Abb. 19: Vergleich der mit den beiden Meßverfahren gewonnenen Druckprofile
(Gestrichelt: Multipliermessungen,
durchgezogene Linie: Beugungsbild-Methode)

In Abb. 19 sind einige so gewonnene Druckprofile, die wiederum auf einen Abstand $r_0 = 1$ mm zurückgerechnet wurden, vergleichend



b)

Abb. 19:
Vergleich der mit den beiden Meßverfahren gewonnenen Druckprofile
(gestrichelt: Multiplier-messungen,
durchgezogene Linie: Beugungsbild-Methode)



c)

dargestellt. Die gestrichelten Linien beziehen sich dabei auf die Multipliermessungen, die durchgezogenen Linien wurden aus den entsprechenden Beugungsbildern berechnet. Wegen der Annahme (68) können Einzelheiten der Pulsform bei der Beugungsbildmethode nicht wiedergegeben werden, so daß eine vollständige Übereinstimmung der Profile mit den aus den Multipliermessungen gewonnenen von vornherein nicht zu erwarten ist. In erster Näherung stimmen sie jedoch gut überein, was die Pulshöhe und die Anstiegszeiten betrifft.

Der Vergleich der Ergebnisse in Abb. 19 kann als gegenseitige Überprüfung der Verfahren angesehen werden. Beide können demnach unter den obigen Einschränkungen als brauchbare Untersuchungsmethoden kurzer, bewegter Phasenobjekte angesehen werden. Das Beugungsbildverfahren zeichnet sich dabei durch ein Minimum an experimentellem Aufwand aus, benötigt allerdings einen Laser ausreichender Leistung; durch Verwendung eines noch empfindlicheren Aufnahmematerials kann der Leistungsbedarf jedoch entscheidend verringert werden. Allerdings erfordert die Auswertung der Beugungsbilder eine mikrodensitometrische Vermessung und ein relativ kompliziertes Computerprogramm. Außerdem benötigt man Annahmen über die mögliche Form der Druckwellen. Das photoelektrische Verfahren ist demgegenüber flexibler und universeller einzusetzen. Es läßt sich leicht auswerten, stellt aber hohe Ansprüche an das optische System.

7. Diskussion der Meßergebnisse

Der augenfälligste Effekt aller Arten von Kavitation ist die mit ihr verbundene Materialzerstörung an Festkörperoberflächen, die meist unerwünscht ist (Kavitation an Schiffsschrauben, schnell durchströmten Rohrleitungen usw.), gelegentlich aber auch ausgenutzt wird, wie z.B. zum Reinigen oder Aufrauhen verschiedenster Materialien. Aus der Frage nach dem Mechanismus dieses Phänomens ging hauptsächlich das Interesse an kavitationserzeugten Stoßwellen hervor, da es nahe lag, diese für die Materialzerstörung verantwortlich zu machen. Da auch härteste Stoffe durch Kavitation erodiert werden können, mußten extrem hohe Maximaldrucke postuliert werden.

Schon die Pionierarbeit von Rayleigh /1/ bestätigte diese Vermutung in gewisser Weise, indem sie zeigte, daß der Druck in der Nähe eines implodierenden Hohlraums sehr hohe Werte annehmen kann. Quantitative Abschätzungen ließen sich aus dieser Theorie jedoch nicht entnehmen, da die Blase als leer und die Flüssigkeit als inkompressibel vorausgesetzt wurde. Die erste dieser Annahmen ist vernünftig bis auf das letzte Stadium des Kollapses, weil dort der Inhalt der Blase, wie gering er anfänglich auch gewesen sein mag, zu einem nicht zu vernachlässigenden Innendruck führt. Interessiert man sich für die Druckverteilung in der Flüssigkeit nach dem Kollaps und für dessen räumliche und zeitliche Ausbreitung, so ist eine kompressible Theorie erforderlich. Seitdem schnelle Computer zur Verfügung stehen ist es möglich, die hydrodynamischen Gleichungen unter diesen Bedingungen numerisch zu lösen. In der Arbeit von Hickling und Plesset /11/ wird die zeitliche Entwicklung der Druckverteilung in der Flüssigkeit nach dem Kollaps einer sphärischen Blase für verschiedene Fälle berechnet, unter Berücksichtigung von Innendruck und Kompressibilität, allerdings ohne dissipative Effekte. Die hydrodynamischen Größen ergeben sich dabei als Funktion des auf den Anfangsblasenradius R_o normierten Radius. Wie zu erwarten, hängt der Minimalradius stark vom anfänglichen Innendruck p_i der Blase ab, den die Autoren von 10^{-1} bis 10^{-4} bar variierten. Als wichtig erweist sich darüber hinaus das

Verhältnis der spezifischen Wärmen γ des Gases im Innern der Blase. Verständlicherweise erhält man für ein isotherm vorausgesetztes Gas mit $\gamma = 1$ einen heftigeren Kollaps als für $\gamma > 1$. Für $p_i = 10^{-3}$ bar ergibt sich beispielsweise mit $\gamma = 1{,}4$ ein Minimalradius von $10^{-2} R_o$, mit $\gamma = 1{,}0$ dagegen $2{,}5 \cdot 10^{-4} R_o$.

Ein wichtiges Ergebnis der genannten Arbeit ist die Feststellung, daß sich die Stoßwellen von Anfang an nach dem 1/r-Gesetz ausbreiten, d.h. die Maximaldrucke fallen wie bei akustischen Kugelwellen umgekehrt proportional zum Radius ab und die Stoßwellen behalten annähernd ihre Breite bei. Allerdings muß man beachten, daß dissipative Effekte in den Rechnungen vernachlässigt wurden, so daß der Abfall besonders unmittelbar nach dem Kollaps wegen der irreversiblen thermodynamischen Verluste sicherlich schneller erfolgt; darauf weist beispielsweise Akulichev /33/ hin, ohne jedoch ein anderes Gesetz explizit anzugeben. Ivany und Hammitt /12/ untersuchten den Blasenkollaps in viskosen Flüssigkeiten, analysierten aber die Ausbreitung der Stoßwellen leider nicht. Sie bezogen sich vielmehr auch auf die Ergebnisse von /11/. Aus diesem Grunde nehmen wir im folgenden ebenfalls das 1/r-Gesetz als untere Näherung an, halten es jedoch für möglich, daß die wirklichen Maximaldrucke in der Nähe der Blase um etwa eine Zehnerpotenz höher liegen.

Bei unseren Messungen wurden die Druckverläufe in einem Abstand von einigen Millimetern vom Kollapszentrum registriert. Die in Kapitel 4., 5. und 6. dargestellten Profile sind bereits nach dem 1/r-Gesetz, das in diesem Bereich sicher noch gut erfüllt ist, auf den Abstand $r_o = 1$ mm zurückgerechnet. Die Maximaldrucke lagen dort bei bis zu 60 bar. Geht man von einem minimalen Blasenradius von größenordnungsmäßig 1 µm aus, so kommt man auf Drucke im Bereich von 50 kbar. Wie bereits erwähnt, müßte man zumindest die Parameter p_i, γ und R_o kennen, um die Minimalradien theoretisch bestimmen zu können. Für einen vernünftig erscheinenden Parametersatz ($p_i = 10^{-3}$ bar, $\gamma = 1{,}4$, $R_o = 100$ µm) liegen die Minimalradien nach /11/ in diesem Bereich. Eine Rechnung nach dem Rayleighschen Blasenmodell (siehe /7/), die auf einen Minimalradius von einem Drittel der Stoßwellenbreite führt, kann ebenfalls nur als

grobe Näherung angesehen werden. Experimentelle Abschätzungen aus Implosionskratern auf weichen Festkörperoberflächen (siehe /6/) unter ähnlichen Versuchsbedingungen wie in der vorliegenden Arbeit führten etwa zu derselben Größenordnung.

Mit dem gleichen Parametersatz für p_i, γ und R_o ergeben sich aus /11/ Maximaldrucke von 10 kbar und Stoßwellenbreiten von etwa 10 µm. Diese Werte liegen nicht allzu weit von unseren Ergebnissen entfernt.

Die theoretische Beschreibung der Stoßwellenausbreitung /11-13/ bezieht sich auf den Kollaps einer sphärischen Blase. Diese Annahme ist - zumindest kurz vor und nach dem Kollaps - nicht erfüllt (siehe z.B. /10/, /34/, /35/). Dadurch dürften sich allenfalls die erreichten Maximaldrucke etwas erniedrigen. Abgesehen von dem Bereich sehr kleiner Abstände vom Kollapszentrum - vergleichbar mit den linearen Dimensionen der Blase im Minimum - bleibt jedoch die Stoßwellenausbreitung und insbesondere die Kugelsymmetrie davon sicherlich unberührt.

Die experimentellen Studien an Kavitationsstoßwellen, die seit vielen Jahren durchgeführt werden, kranken in den meisten Fällen an der zu geringen Zeitauflösung der benutzten Apparaturen. Bei Möller und Schoch /2/ beträgt diese nur etwa 1 MHz; daher können diese Autoren kaum mehr als qualitative Aussagen machen. Die von Sutton /4/ untersuchten, akustisch erzeugten Kavitationsstoßwellen zeigen Breiten von einigen Mikrosekunden. Im gleichen Zeitbereich liegen auch die von Jones und Edwards /5/ angegebenen Werte für ihre durch Funkenentladung erzeugten Blasen. Die Maximaldrucke geben sie mit etwa 10 kbar an. Auf diese Größenordnung kommen auch Kuttruff und Radek /6/, sie erhalten mit ihrer Apparatur jedoch Pulsbreiten von einigen hundert Nanosekunden. Mit Hilfe extrem dünner PZT-4 Scheibchenmikrofone findet Radek /7/ 1972 Pulsbreiten von etwa 10 nsec und Drucke bis 100 kbar. Seine Apparatur zeigt jedoch einen deutlichen Bandpaßcharakter, da die untere Grenzfrequenz mit 46 MHz zu hoch liegt. Trotz dieser Unzulänglichkeit müssen die von ihm angegebenen Stoßwellenparameter als grundsätzlich richtig angesehen werden, da sie durch die vorliegende Arbeit

im wesentlichen bestätigt werden. Da hier jedoch anders als bei Radek die Anstiegszeit der Apparatur mit 2 nsec deutlich unter den Pulsanstiegszeiten bleibt - diese liegen bei minimal 10 nsec - kann die Frage nach den Pulsbreiten von Kavitationsstoßwellen somit als gelöst angesehen werden. Bezüglich der Impulshöhen variieren die Angaben verschiedener Autoren weit weniger als bei den Pulsbreiten. Die Auffassung, diese hätten sich mit zunehmender Zeitauflösung im gleichen Maße erhöhen müssen, ist nicht stichhaltig. Daß die von uns gefundenen Spitzendrucke von etwa 50 kbar noch unter denen von Radek liegen, hat seinen Grund wahrscheinlich in den Versuchsbedingungen; mit ziemlicher Sicherheit konnte er größere Amplituden mit seinem Masonhorn erreichen und somit größere Blasen erzeugen.

Bezüglich der Form der Druckprofile ist festzustellen, daß sich ihre vordere und hintere Flanke meist nicht signifikant in der Anstiegszeit unterscheiden. Diese etwas erstaunliche Tatsache wurde auch schon von Radek beobachtet. Es ist zu vermuten, daß das Hinterland der Stoßwellen trotzdem eine erhebliche Ausdehnung besitzt, allerdings auf einem sehr viel niedrigeren Druckniveau. Wie bereits früher bemerkt wurde, war es bei unserer Meßmethode sinnlos, den Meßbereich weiter zu vergrößern, da die Meßfehler dort zu groß werden dürften.

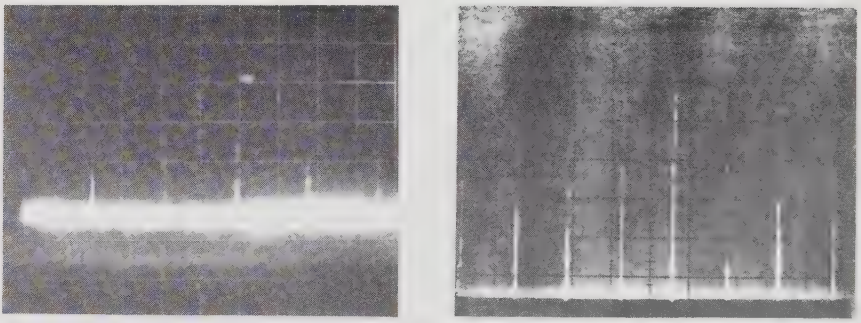
Die Frage nach der Ursache der Materialzerstörung soll hier nicht noch einmal aufgegriffen werden. Mit Sicherheit sind dafür sowohl die Stoßwellen, als auch die beim unsymmetrischen Blasenkollaps erzeugten Jets verantwortlich. Letztere wurden in der Arbeit von Lauterborn und Bolle /35/ hochfrequenzkinematographisch untersucht.

8. Qualitative Beschreibung der Entstehung des Kavitationsgeräusches

Bekanntlich ist das Auftreten von Kavitation mit einem dafür charakteristischen Geräusch, dem Kavitationsrauschen verbunden. Dieses ist seit mehreren Jahren ein intensiv analysierter Forschungsgegenstand /14-18, 33/. Bei akustisch erzeugter Kavitation findet man dabei im Zeitfrequenzspektrum starke und scharfe Komponenten bei sub- und ultraharmonischen Frequenzen $f_{nm} = m \cdot f_o/n$ bezüglich der Anregungsfrequenz f_o des Ultraschallfeldes. Das Auftreten der Frequenz $f_o/2$ wird häufig als Definition des Kavitationseinsatzes benutzt. Selbstverständlich liegt der Grund für das so gefärbte Rauschen in der stark nichtlinearen Blasendynamik, die insbesondere von Lauterborn /15-17/ numerisch untersucht wurde.

Hier soll dies Problem nicht von der Seite der Blasenschwingungen angegangen werden, zumal wesentliche Parameter für die Rechnungen ohnehin unbekannt waren. Bekannt waren lediglich die Anregungsfrequenz f_o = 21,5 kHz und die ungefähren Maximalradien der auftretenden Blasen von 0,5 mm. Vielmehr handelt es sich im folgenden um eine auf die Meßergebnisse im Zeitbereich gestützte qualitative Theorie, die die Entstehung subharmonischer Frequenzkomponenten als Folge des Auftretens mehr oder weniger regelmäßiger Stoßimpulsfolgen beschreibt.

Wir gehen dabei davon aus, daß eine wesentliche Schallabstrahlung nur beim Kollaps der Kavitationsblasen in Form sehr kurzer Stoßwellen auftritt. Die individuellen Stoßwellen wurden in den vorangehenden Kapiteln untersucht; mit der in Kapitel 3. beschriebenen Meßmethode kann nun aber auch ihre zeitliche Aufeinanderfolge untersucht werden. Beispiele von Oszillogrammen im Langzeitbereich sind in Abb. 20 gezeigt. Auffallend ist die ausgezeichnete Regelmäßigkeit, mit der die Stoßwellen ausgesandt werden. In Abb. 20a entspricht ihr Abstand der Hälfte, in Abb. 20b einem Drittel der Anregungsfrequenz f_o, d.h. die Blase kollabiert nur während jeder zweiten bzw. dritten Anregungsperiode. Die besonders übersichtliche Form der Oszillogramme ist der bereits erwähnten Tatsache zu verdanken, daß mit dem in Kapitel 2. beschriebenen Mason-Horn nur



a b

Abb. 20: Oszillogramme von Stoßwellenfolgen bei einzelnen Kavitationsblasen
a) Zeitablenkung 50 µsec/Skalenteil
b) Zeitablenkung 100 µsec/Skalenteil

einzelne Kavitationsblasen erzeugt werden. Ob der Abstand der Stoßwellen $f_o/2$ oder $f_o/3$ entsprach, hing von der Amplitude der anregenden Ultraschallschwingung ab.

Idealisiert kann man demnach den Schalldruck als Folge von δ-Impulsen auffassen

$$p(t) = \mathrm{comb}\left(\frac{t}{nT}\right) \qquad (69)$$

T: Anregungsperiode

n= 2,3

Dabei bedeutet $\mathrm{comb}(x) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \delta(x-\nu)$ die Kamm-Funktion. Die Idealisierung besteht nicht darin, eine einzelne Stoßwelle als δ-Funktion zu beschreiben; dies ist für den unteren Frequenzbereich vollkommen gerechtfertigt, da die Stoßwellen um drei bis vier Größenordnungen kürzer sind als die Anregungsperiode T. Jedoch ist die exakt regelmäßige Wiederkehr und die unendlich lange zeitliche Ausdehnung, wie sie durch Gleichung (69) beschrieben wird, unrealistisch. Abweichungen davon werden weiter unten diskutiert. Außerdem geht

in (69) die Annahme ein, daß $\int p_\nu(t)dt = \int \delta(t-\tau)dt = 1$, d.h. alle Druckstöße sollen dasgleiche Zeitintegral besitzen. Dies kann deswegen als Approximation gelten, da bei kürzeren Impulsen im allgemeinen höhere Drucke auftreten, wie die Messungen von Einzelimpulsen ergeben haben. Für eine qualitative Theorie ist demnach auch diese Voraussetzung als vernünftig anzusehen.

Das Zeitspektrum des Schalldruckes ergibt sich damit zu

$$F(f) = \mathcal{F}_t\{p(t)\} = (1/f_n)\,\mathrm{comb}(f/f_n) \;; \quad f_n = f_o/n \tag{70}$$

Das bedeutet, daß F(f) aus Spektralkomponenten bei den Frequenzen

$$f_{nm} = m \cdot f_o/n \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{71}$$

besteht. Dies sind die immer wieder bei Mikrofonmessungen von verschiedenen Autoren (z.B. /14/, /18/) beobachteten Frequenzen. Nehmen wir nun an, einer der δ-Impulse (ohne Einschränkung sei dies derjenige bei t=0) sei um die Zeit t_ε verschoben und sein Zeitintegral $\int p_o(t)dt$ sei von denen der anderen Impulse um den Faktor α verschieden. Dann hat der Druckverlauf die Form

$$p(t) = \mathrm{comb}\left(\frac{t}{nT}\right) - \delta\left(\frac{t}{nT}\right) + \alpha\delta\left(\frac{t-t_\varepsilon}{nT}\right) \tag{72}$$

und sein Zeitleistungsspektrum bis auf eine Proportionalitätskonstante

$$|F(f)|^2 = [\mathrm{comb}(f/f_n)]^2 + 2[\alpha\cos(2\pi\varepsilon f/f_n) - 1]\,\mathrm{comb}(f/f_n) + \alpha[(1+\alpha^2)/\alpha - 2\cos(2\pi\varepsilon f/f_n)] \tag{73}$$

$$\text{mit } \varepsilon = t_\varepsilon \cdot f_n$$

Die ersten beiden Terme in dieser Gleichung haben wiederum nur Komponenten bei den Frequenzen f_{nm}. Der letzte Term stellt einen kontinuierlichen Rauschuntergrund dar, der zunächst monoton mit der Frequenz ansteigt. Gleichung (73) bedeutet also, daß sich das Spektrum qualitativ durch die Verschiebung eines der δ-Impulse nicht verändert. Die Tatsache, daß immer nur endlich viele δ-Impulse auftreten, führt zu einer Verbreiterung der einzelnen Spektrallinien.

Aus den Oszillogrammen wie den in Abb. 20 gezeigten wurden nun die Zeitpunkte t_ν, zu denen die Stoßwellen auftraten, bestimmt und Spektren gemäß

$$(74) \qquad F(f) = \mathcal{F}_t\{\sum_{\nu=1}^{N} \delta(t-t_\nu)\} = \sum_{\nu=1}^{N} \exp[-j2\pi f t_\nu]$$

berechnet. Durch das Zeitfenster, das durch die Oszillographenablenkung gegeben ist - typischerweise 0,5 bzw. 1 msec - werden natürlich die so gewonnenen Spektrallinien zusätzlich verbreitert. Es konnte nicht weiter vergrößert werden, da andernfalls die Lage der Impulse nicht genau genug bestimmt werden konnte. Einige Amplitudenspektren $|F(f)|$, die auf diese Weise aus den Oszillogrammen erhalten wurden, sind in Abb. 21 für den Fall n=2 und in Abb. 22 für n=3 dargestellt. Das deutliche Auftreten zumindest einiger der Frequenzen f_{nm} ist unverkennbar. Weiterhin sei hier bemerkt, daß für den Fall der Abb. 22 das Kriterium des Auftretens der Subharmonischen bei $f_o/2$ zur Bestimmung des Kavitationseinsatzes versagen würde. In Abb. 23a ist ein Spektrum gezeigt, das gewonnen wurde, indem zehn Oszillogramme wie in Abb. 20a als Einheit aufgefaßt wurden. Abb. 23b stellt dasgleiche für den Fall n=3 dar.

Bei großen Kavitationsfeldern wird das Zeitsignal wegen der Vielzahl der Druckstöße äußerst unübersichtlich. Geht man in erster Näherung davon aus, daß sich die Blasen untereinander nicht beeinflussen, so erhält man im Frequenzbereich die Überlagerung von Spektren der Form (70), möglicherweise mit verschiedenen n. Beispielsweise habe der Schalldruck die Form

$$(75) \qquad p(t) = \mathrm{comb}(\frac{t}{2T}) + a\ \mathrm{comb}(\frac{t-\Delta t}{3T})$$

mit beliebigen Konstanten a und Δt, so ergeben sich im Leistungsspektrum wiederum nur Komponenten bei den Frequenzen f_{nm} (n = 2,3; m = 0, ±1, ±2, ...).

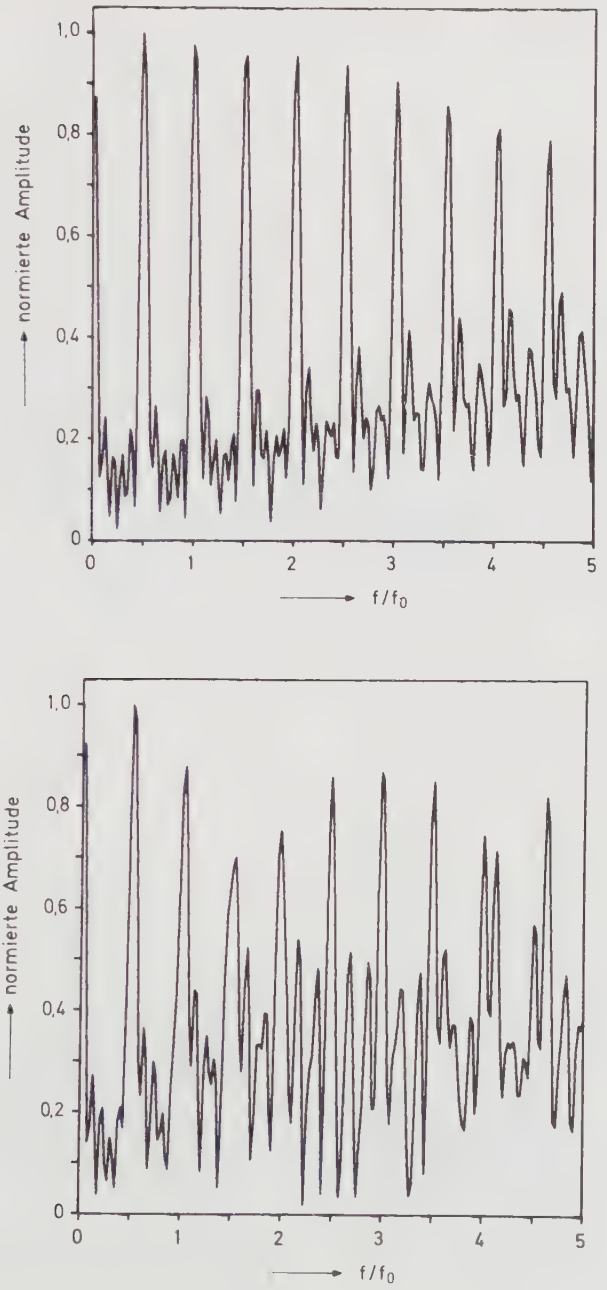


Abb. 21: Amplitudenspektren, berechnet aus der zeitlichen Folge der Stoßwellen einzelner Kavitationsblasen (f_o = 21,5 kHz; n ≙ 2)

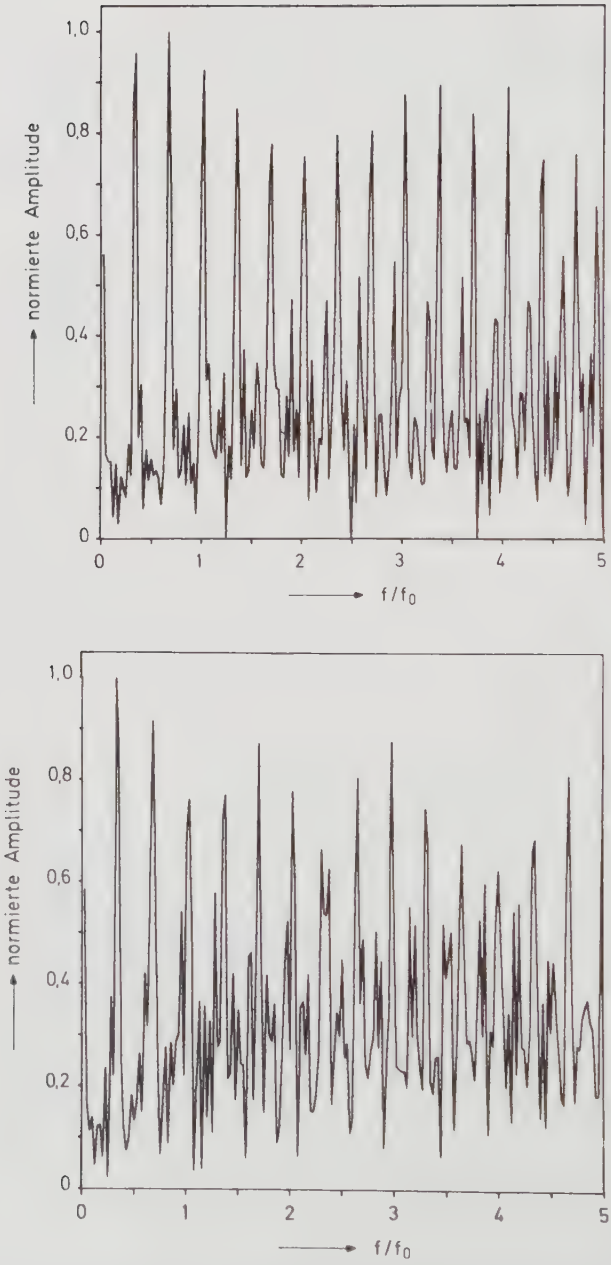
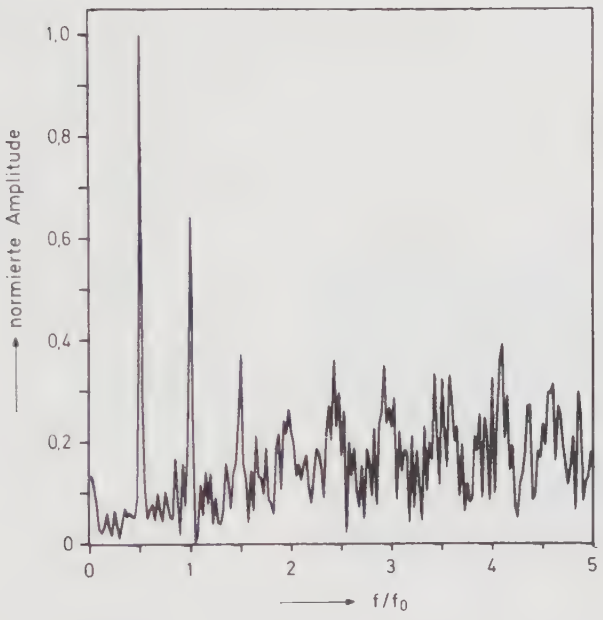
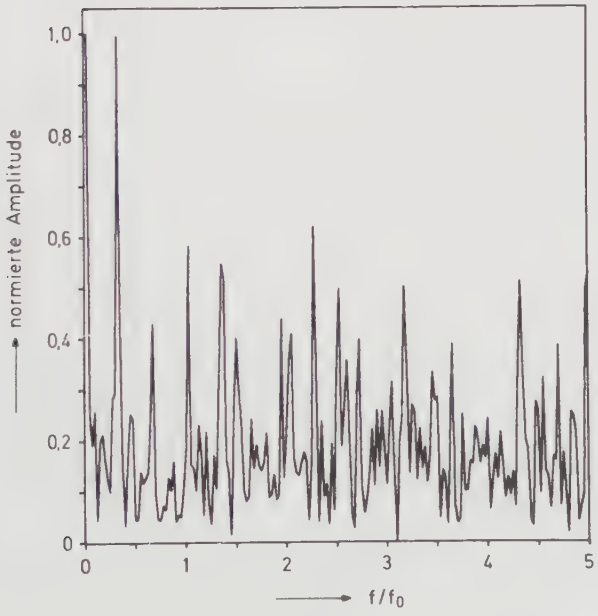


Abb. 22: Amplitudenspektren, berechnet aus der zeitlichen Folge der Stoßwellen einzelner Kavitationsblasen (f_o = 21,5 kHz, n = 3)



a)



b)

Abb. 23: Amplitudenspektren, berechnet aus jeweils zehn Oszillogrammen wie in Abb. 20
a) n = 2 b) b = 3

Als Modellfall für ein ausgedehntes Blasenfeld haben wir die Kavitation mit einem anderen Masonhorn erzeugt, das am unteren Ende einen Durchmesser von 5,2 mm aufwies. Auf diese Weise erhielt man immer mehrere, gleichzeitig kavitierende Blasen. Ein Oszillogramm, das die Druckstöße zeigt, ist in Abb. 24 dargestellt. Die Untersuchung vieler solcher Oszillogramme ergab, daß 55 Prozent der Druckstöße sowohl vor als auch hinter sich Druckstöße im Abstand 3T(±10%) hatten; für 25 Prozent der Stoßwellen galt dasselbe mit dem Abstand 2T. Daran läßt sich bereits ablesen, daß die bei den Einzelblasen festgestellte Regelmäßigkeit auch hier noch zu einem großen Teil vorhanden ist. Einige nach Gleichung (74) berechnete Amplitudenspektren zeigt die Abb. 25. Auch hier sind einige der Frequenzen f_{nm} erkennbar. Abb. 26 ergab sich, indem zwölf Oszillogramme wie in Abb. 24 als zeitlich aufeinanderfolgende Einheit aufgefaßt wurden.

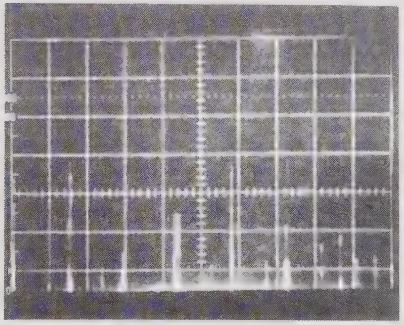
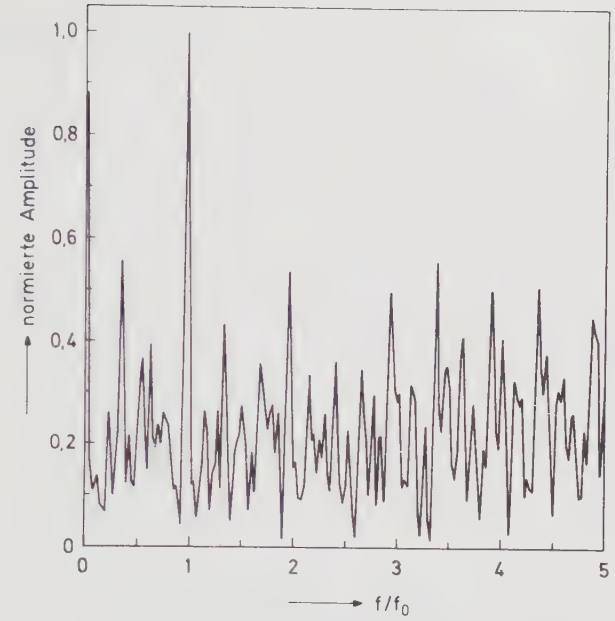
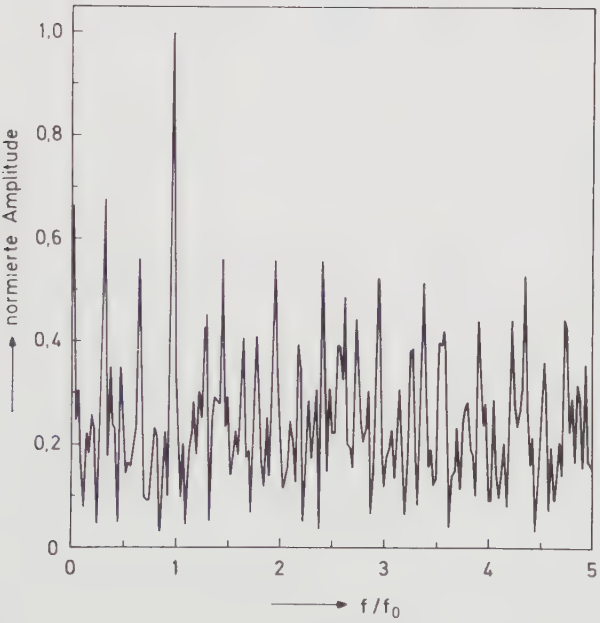


Abb. 24: Oszillogramm von Stoßwellenfolgen bei mehreren, gleichzeitig kavitierenden Blasen; Zeitablenkung 100 µsec/Skalenteil

Abschließend läßt sich hierzu sagen, daß sich die speziellen Eigenschaften des Rauschspektrums bei akustischer Kavitation in einfacher Weise aus der zeitlichen Folge der Stoßwellen, i.e. aus dem Kollapsverhalten der Blasen, ableiten läßt. Die Frage nach dem Grund für so geartete Blasenschwingungen bleibt davon unberührt. Bezüglich dieses Problems sei auf die Literatur /15/ bis /17/ verwiesen.



a)



b)

Abb. 25: Amplitudenspektren, berechnet aus der zeitlichen Folge der Stoßwellen mehrerer, gleichzeitig kavitierender Blasen.

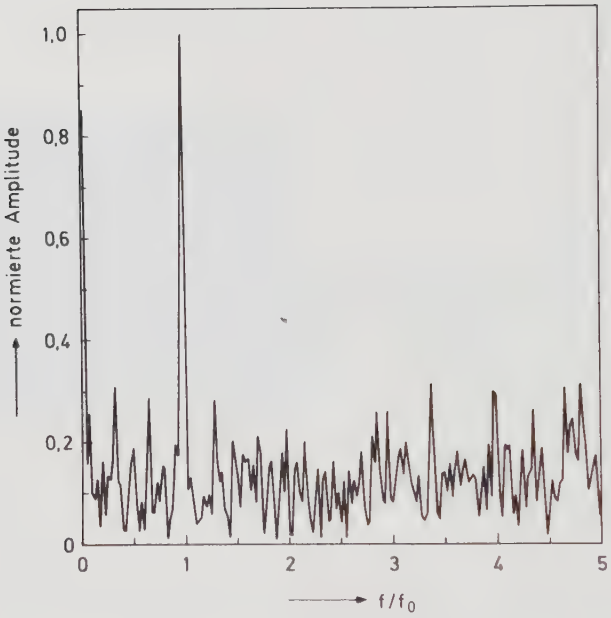


Abb. 26: Amplitudenspektrum, berechnet aus zwölf Oszillogrammen wie in Abb. 24

9. Zusammenfassung und Schlußbemerkungen

In der vorliegenden Arbeit wurden zwei kohärent-optische Verfahren hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung entwickelt, um die von implodierenden Kavitationsblasen ausgehenden Stoßwellen zu untersuchen. Mit der ersten Methode, einem kohärenten Schlierenverfahren mit photoelektrischer Registrierung, konnte eine Anstiegszeit von etwa 2 nsec erreicht werden. Diese Zeitauflösung stellte sich im Hinblick auf die untersuchten Objekte als vollkommen ausreichend heraus. Bei dem zweiten Verfahren wurden die wesentlichen Stoßwellenparameter aus dem Beugungsbild im Fernfeld entnommen. Da dieses Verfahren kaum optische Komponenten benötigt, ist seine Auflösung nur durch die endliche Wellenlänge des Lichtes und die Raman-Nath-Bedingung begrenzt, es liefert jedoch keine Einzelheiten der Impulsform. Die zufriedenstellende Übereinstimmung der Meßergebnisse bei simultaner Anwendung beider Methoden kann als gegenseitige Bestätigung angesehen werden. Insbesondere das erste Verfahren stellt ein sehr nützliches Instrument zur Messung kurzer, schnell bewegter Phasenobjekte dar.

Die gemessenen Stoßwellenbreiten liegen bei 10 nsec und darüber. Wegen der deutlich besseren Zeitauflösung der Apparaturen kann diese Größenordnung bei Kavitationsstoßwellen nun als endgültig angesehen werden. Die nach dem 1/r-Gesetz auf einen Minimalradius von 1 µm extrapolierten Druckmaxima betragen etwa 50 kbar.

Die Beobachtung, daß die Stoßwellen in sehr regelmäßigen Abständen auftreten, führte zu einer einfachen Theorie der Entstehung der sub- und ultraharmonischen Frequenzkomponenten im Kavitationsrauschen.

Experimente, Stoßwellen Laser-erzeugter Kavitationsblasen mit den beschriebenen Verfahren zu untersuchen, sind in letzter Zeit begonnen worden. Dabei werden Riesenimpulse aus einem gütegeschalteten Rubinlaser in die Flüssigkeit fokussiert (siehe /8/). Diese Versuche konnten aber noch nicht abgeschlossen werden.

Die vorliegende Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft durch Sachmittel unterstützt. Die numerischen Rechnungen wurden auf der Rechenanlage Honeywell H 632 durchgeführt, die dem Dritten Physikalischen Institut von der Stiftung Volkswagenwerk zur Verfügung gestellt wurde.

Dem Direktor des Dritten Physikalischen Instituts der Universität Göttingen, Herrn Prof. Dr. M.R. Schroeder, danke ich für die Ermöglichung dieser Arbeit. Anregende Diskussionen mit Herrn Priv.Doz. Dr. W. Lauterborn, Herrn Dr. K.-J. Ebeling und insbesondere Herrn Dr. K. Hinsch haben die Arbeit sehr gefördert.

10. Literaturverzeichnis

/1/ Lord Rayleigh, On the Pressure Developed in a Liquid During the Collapse of a Spherical Cavity, Phil.Mag.34,94 (1917)

/2/ H.G. Möller, A. Schoch, Versuche über die Entstehung der Druckstöße bei der Kavitation, Akustische Zeitschrift 6,165(1941)

/3/ A.T. Ellis, Techniques for Pressure Pulse Measurements and High-Speed Photography in Ultrasonic Cavitation,Proc.Symp. "Cavitation in Hydrodynamics", H.M.S.O. London (1956)

/4/ G.W. Sutton, A Photoelastic Study of Strain Waves Caused by Cavitation, J. Appl. Mech. 24, 340 (1957)

/5/ I.R. Jones, D.H. Edwards, An Experimental Study of the Forces Generated by the Collapse of Transient Cavities in Water, J. Fluid Mech. 7, 596 (1959)

/6/ H. Kuttruff, U. Radek, Messungen des Druckverlaufs in kavitationserzeugten Druckimpulsen, Acustica 21, 253 (1969)

/7/ U. Radek, Kavitationserzeugte Druckimpulse und Materialzerstörung, Acustica 26, 270 (1972)

/8/ W. Lauterborn, Kavitation durch Laserlicht, Acustica 31, 51 (1974)

/9/ H. Schardin, Schlierenverfahren und ihre Anwendungen, Erg. d. exakt. Naturwiss. 20, 303 (1942)

/10/ C.F. Naude, A.T. Ellis, On the Mechanism of Cavitation Damage by Nonhemispherical Cavities Collapsing in Contact with a Solid Boundary, Trans. ASME (J. Basic Eng.) D83, 648 (1961)

/11/ R. Hickling, M.S. Plesset, Collapse and Rebound of a Spherical Bubble in Water, Phys. Fluids 7, 7 (1964)

/12/ R.D. Ivany, F.G. Hammitt, Cavitation Bubble Collapse in Viscous, Compressible Liquids - Numerical Analysis, Trans. ASME (J. Basic Eng.) 87, 977 (1965)

/13/ R. Hickling, Some Physical Effects of Cavity Collapse in Liquids, Trans. ASME (J. Basic Eng.) 88, 229 (1966)

/14/ G. Heinrich, Akustische und Optische Messung der Kavitationsschwelle in Wasser, Dissertation Göttingen (1974)

/15/ W. Lauterborn, Resonanzkurven von Gasblasen in Flüssigkeiten, Acustica 23, 73 (1970)

/16/ W. Lauterborn, Über die erste Subharmonische im Spektrum des Kavitationsgeräusches bei Ultraschallkavitation, Fortschritte der Akustik (DAGA) S. 641, Weinheim (1975)

/17/ W. Lauterborn, Numerical Investigations of Nonlinear Oscillations of Gas Bubbles in Liquids, J. Acoust. Soc. Amer. 59, 283 (1976)

/18/ G. Haussmann, Zeitabhängigkeit des Geräuschspektrums bei Schwingungskavitation, Diplomarbeit Göttingen (1976)

/19/ B. Carlin, Ultrasonics, McGraw-Hill New York (1960)

/20/ P. Elias et al., Fourier Treatment of Optical Processes, J. Opt. Soc. Amer. 42, 127 (1952)

/21/ P. Elias, Optics and Communication Theory, J. Opt. Soc. Amer. 43, 229 (1953)

/22/ E.L. O'Neill, Spatial Filtering in Optics, IRE Trans. Inform. Theory IT-2, 56 (1956)

/23/ E. Hecht, A.Zajac, Optics, Addison-Wesley Publ. Comp., Reading Mass. (1974)

/24/ F.T.S. Yu, Introduction to Diffraction, Information Processing, and Holography, MIT Press Cambridge Mass. (1973)

/25/ J.W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, McGraw-Hill New York (1968)

/26/ H.Lipson (ed.), Optical Transforms, Academic Press London 1972

/27/ S. Lowenthal, Y. Belvaux, Observation of Phase Objects by Optically Processed Hilbert-Transform, Appl. Phys. Letters 11, 49 (1967)

/28/ W. Merzkirch, W. Erdmann, Measurement of Shock Wave Velocity Using the Doppler Principle, Appl.Phys. 4, 363 (1974)

/29/ L. Bergmann, Der Ultraschall, Hirzel Verlag Stuttgart (1954)

/30/ P.N. Everett, Observation of Low Level Transient Light Signals with 1 nsec Resolution, Rev.Sci. Instr. 41, 1581 (1970)

/31/ K. Hinsch, F. Bader, Acoustooptic Modulators as Switchable Beam-Splitters in High-Speed Holography, Optics Communications 12, 51 (1974)

/32/ K.-J. Ebeling, Hochfrequenzhologrfie lasererzeugter und akustisch erzeugter Kavitationsblasen, Dissertation Göttingen (1976)

/33/ V.A. Akulichev, Pulsations of Cavitation Voids, in: L.D. Rozenberg (ed.), High-Intensity Ultrasonic Fields, S.201, Plenum Press New York (1971)

/34/ M.S. Plesset, R.B. Chapman, Collapse of an Initially Spherical Vapour Cavity in the Neighbourhood of a Solid Boundary, J. Fluid Mech. 47, 283 (1971)

/35/ W. Lauterborn, H. Bolle, Experimental Investigations of Cavitation Bubble Collapse in the Neighbourhood of a Solid Boundary, J. Fluid Mech. 72, 391 (1975)

L e b e n s l a u f

Ich wurde am 6.1.1950 als Sohn des Rechtsanwalts und Notars Dr.W.Brinkmeyer und seiner Ehefrau Marie-Luise, geb. Büttner, in Lemgo/Lippe geboren. Mein Vater verstarb 1953. Ostern 1956 trat ich in die Volksschule Hardissen ein und wechselte vier Jahre später zum Engelbert-Kämpfer-Gymnasium in Lemgo über. Dort bestand ich im Sommer 1968 das Abitur.Im Wintersemester 1968/69 begann ich das Studium der Physik in Göttingen und legte dort am 6.7.1973 die Diplomprüfung in Physik ab.